DOI:10.13332/j.1000-1522.2009.03.017

第31卷 第3期 北京林业大学学报 Vol.31, No.3
2009年5月 JOURNAL OF BEIJING FORESTRY UNIVERSITY May, 2009

负二项式分布及种群格局检验分析

马钦彦
(北京林业大学林学院)

摘要:种群格局是种群生态学的重要研究内容之一。该文介绍了随机、均匀和集群3类种群空间格局的基本类型,以及与其相对应的概率分布函数,如正二项式分布、泊松分布和集群分布,重点讨论了在种群格局研究中被广泛应用的负二项式分布的内涵、分布函数的建立和参数的估计,对种群格局检验常用指标及其使用中存在的错误也进行了分析和讨论。

关键词:种群;空间格局;负二项式分布;种群格局检验

中图分类号:S718.54 **文献标志码**:A **文章编号**:1000-1522(2009)03-0001-05

MA Qin-yan. **Analysis of the negative binomial distribution and test of population pattern**. *Journal of Beijing Forestry University* (2009) **31**(3) 1-5 [Ch, 32 ref.] College of Forest Science, Beijing Forestry University, 100083, P. R. China.

Spatial pattern of population is one of the significant issues in population ecology. In this paper, the random, uniform and clumped patterns and their corresponding probability distribution functions, such as positive binomial distribution, Poisson distribution and negative binomial distribution, are described. The connotative essence, establishment of distributional function and parameter estimation of the negative binomial distribution are discussed in detail. Finally, the common indicators for the testing of population patterns and mistakes in their usage are analyzed.

Key words population; spatial pattern; negative binomial distribution; testing of population pattern

种群是占据一定空间的同种生物个体的集合,具有自身的结构、分布和动态。种群格局是种群生态学的研究内容之一。种群个体在空间的散布形式称为种群的空间格局(spatial pattern),其受种群特性、种群关系和环境条件的综合影响。种群格局通常分为随机(random)格局、均匀(uniform)格局和集群(clumped)格局3种基本类型。在自然状态下,随机格局只见于环境条件一致且无群聚的条件下;均匀格局可能出现于个体间竞争剧烈,促使均匀空间间隔产生的条件下;大多数种群都呈现不同程度的集群。每个种群都有一个最适的集群度,其与种群的最适生长和最适个体数相适应。一般而言,与均匀格局和随机格局相对应的概率分布分别是正二项式分布(positive binomial distribution)和泊松分布(Poisson distribution);与集群格局相对应的概率分布称为集群(contagious)分布。Pielou[1]将集群分布归为广义分布(generalized distribution,如泊松-泊松分布、泊松-对数分布、泊松-二项式分布)、复合分布(compound distribution)和带零的分布(distribution with added zeros)。周纪纶等[2]则将这3类集群分布称为第一类复合分布、第二类复合分布和带零的复合分布[2]。

1 母函数

若只取非负整数值的离散型随机变量(整值随机变量)X具有如下分布列

$$X \sim \begin{cases} 0, 1, 2, 3, \cdots, k, \cdots \\ p_0, p_1, p_2, p_3, \cdots, p_k, \cdots \end{cases}$$

则函数$g(s) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k s^k$称为$X$的概率分布的母函数(generating function)。其基本性质如下:

1) $g(1)=1$;

2) $g'(1) = EX$(数学期望);

3) $g''(1) + g'(1) - (g'(1))^2 = DX$(方差);

收稿日期:2008-10-29

http://www.bjfujournal.cn, http://journal.bjfu.edu.cn

作者简介:马钦彦,教授,博士生导师。主要研究方向:森林生态系统的结构与功能。电话:010-62336054 Email:maqinyan@bjfu.edu.cn 地址:100083 北京林业大学林学院。

4)对于整值随机变量,若 X 与 Y 相互独立,其概率分布的母函数分别为 $g_x(s)$ 和 $g_y(s)$,则 $Z=X+Y$ 的概率分布母函数 $G_Z(s)=g_x(s)g_y(s)$;若 Y 为只取正整数值的随机变量,$X_i(i=1,2,\cdots,Y)$ 相互独立同分布(其母函数都表示为 $g_x(s)$),且 Y 与所有的 $X_i(i=1,2,\cdots,Y)$ 均独立,则随机个独立同分布随机变量之和 $Z=\sum_{i=1}^{Y}X_i$ 的概率分布母函数是 $g_y(s)$ 和 $g_x(s)$ 两个母函数的复合,即 $G_Z(s)=g_y(g_x(s))$;若 Y 服从以 λ 为参数的泊松分布,则 $G_Z(s)=e^{\lambda(g_x(s)-1)}$,以此式为母函数的概率分布称为复合泊松分布[3]。

2 正二项式分布和泊松分布

种群各个体独立地、随机地散布在可利用的单位上为随机点格局。假设每个单位中有 n 个位置,每个位置只可以被一个个体占用,且每个单位中的每个位置被占用的概率相等(设为 p),则任取一单位,其中有 r 个位置被占用(即有 r 个个体)的概率为

$$p(X=r)=\binom{n}{r}p^r(1-p)^{n-r}$$

$$r=0,1,2,\cdots,n;0<p<1 \tag{1}$$

式(1)所表示的概率分布称为以 n 和 p 为参数的正二项式分布,其母函数为正二项式

$$g_x(s)=(q+ps)^n \tag{2}$$

式中:$q=1-p$;期望 $EX=np$,方差 $DX=npq$,$DX<EX$。

当 n 充分大且 p 相当小,与 n 相比较 r 可忽略时,设 $np=\lambda$,可得 $p(X=r)\approx\frac{\lambda^r}{r!}e-\lambda$。

概率函数 $p(X=r)=\frac{\lambda^r}{r!}e-\lambda$,其中,$r=0,1,2,\cdots,n$;$\lambda>0$)所表示的概率分布称为以 λ 为参数的泊松分布,简记为 $P(\lambda)$,母函数 $g_x(s)=e^{\lambda(s-1)}$,期望和方差:$EX=DX=\lambda$。

可以推导出,当 $np\to\lambda(n\to\infty)$ 时正二项式分布的极限分布为泊松分布。

此外,对数分布的概率函数(简记为 $L(p)$,$0<p<1$,$q=1-p$)为

$$p(X=i)=-\frac{1}{\ln p}\frac{q^i}{i}$$

$$i>1,p(X=0)=0$$

$$\text{母函数 } g_x(s)=\frac{\ln(1-qs)}{\ln p}$$

式中:$0<p<1$,$q=1-p$。

3 负二项式分布

若在可利用单位中的个体群数 Y 具有特定的分布,而每个群中的个体数 X 又是具有自身概率分布的随机变量,则构成任取一单位的个体数 Z 所服从的广义分布。如果 $Y\sim P(\lambda)$,形成复合泊松分布,进一步假设 X 分别服从泊松分布、对数分布和正二项式分布,则 Z 将分别服从泊松-泊松分布(Neyman A 型分布)、泊松-对数分布[1]和泊松-二项分布[3]。下面仅讨论泊松-对数分布(即负二项式分布,negative binomial distribution)的建立。

由 $Y\sim P(\lambda)$,$X\sim L(p)$,得 $Z=\sum_{i=1}^{Y}X_i$ 的概率分布母函数为

$$G_Z(s)=g_y(g_x(s))=e^{\lambda\left(\frac{\ln(1-qs)}{\ln p}-1\right)}=\left(\frac{1-qs}{p}\right)^{\frac{\lambda}{\ln p}}$$

令 $1/p=Q$,$q=P/Q$,$-\kappa=\lambda/\ln p$,可得 $G_Z(s)=(Q-Ps)^{-\kappa}$。与正二项式 $(q+ps)^n$ 相比较,p、q 和 n 分别换为 $-P$、Q 和 $-\kappa$。展开 $G_Z(s)$,有

$$G_Z(s)=\sum_{x=0}^{\infty}Q^{-\kappa}\binom{-\kappa}{x}\left(-\frac{P}{Q}\right)^x s^x$$

由广义组合 $\binom{-\kappa}{x}=(-1)^x\frac{(\kappa+x-1)!}{x!\ (\kappa-1)!}$,并令 $P=\mu/\kappa$,$Q=1+P$,其中 μ 为数学期望,可得

$$G_Z(s)=\sum_{x=0}^{\infty}\left(1+\frac{\mu}{k}\right)^{-\kappa}\frac{(\kappa+x-1)!}{x!\ (\kappa-1)!}\left(\frac{\mu}{\kappa+\mu}\right)^x s^x$$

根据母函数的定义,Z 取值 x 的概率为

$$p(Z=x)=\left(1+\frac{\mu}{k}\right)^{-\kappa}\frac{(\kappa+x-1)!}{x!\ (\kappa-1)!}\left(\frac{\mu}{\kappa+\mu}\right)^x$$

$$x=0,1,2,\cdots,n;\ 0<P<1 \tag{3}$$

式(3)所表示的概率分布为泊松-对数分布,其母函数为负二项式,故通常称为负二项式分布。

期望和方差:$EZ=\kappa P$,$DZ=\kappa PQ$,$DZ>EZ$。自然状态下由于集群,方差通常大于均值,负二项式分布在实际工作中应用广泛。负二项式分布也常表达为

$$p(Z=x)=\frac{\Gamma(\kappa+x)}{x!\ \Gamma(\kappa)}\frac{P^x}{Q^{\kappa+x}}$$

式中,$\Gamma(\kappa)=(\kappa-1)!$。

同样,当 $\kappa\to\infty$,x 与 κ 相比较可忽略不计时,负二项式分布也趋于泊松分布[1]。

广义分布是在生物个体本身集群,而其可利用的单位等同的假设上构建的。如果假设生物个体彼此独立,不集群,而其可利用的单位却不等同,即每个单位的个体数期望值(本身是一个随机变量,则构成 Pielou[1] 所说的复合分布。进一步假设 λ 服从 Pearson Ⅲ型分布(即 Γ 分布),也可推导出负二项式分布。一般地,一个复合分布与一个广义分布相对应,都建立在至少两个假设之上[1]。王政权[4]认为空间异质性导致空间分布格局的存在。

4　参数估计

4.1　最大似然估计方法

设总体 X 是离散型随机变量，其概率分布为 $P(X=x)=\rho(x;\theta)$，θ 是未知参数，当样本观测值 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 取定后，函数 $L(x_1,x_2,\cdots,x_n;\theta)=\prod_{i=1}^{n}p(x_i;\theta)$ 称为概率似然函数，简记为 $L(\theta)$，使该随机试验所得样本观测值出现的可能性最大(即 $L(\theta)$达最大值)的 θ 称为 θ 的最大似然估计值。当 L 关于 θ 可微时，θ 必满足$\frac{\mathrm{d}L(\theta)}{\mathrm{d}\theta}=0$，因为$\ln L(\theta)$和 $L(\theta)$ 在 θ 的同一值处取得最大值，上式可换为 $\frac{\mathrm{d}L(\theta)}{\mathrm{d}\theta}=0$。一般地，若含有多个参数待估计，则用方程组求解。

4.2　泊松分布参数 λ 估计

设总体 $X\sim P(\lambda)$，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自总体的样本观测值，则

$$L(\lambda)=\lambda^{\sum_{i=1}^{n}x_i}\mathrm{e}^{-n\lambda}/\prod_{i=1}^{n}x_i!$$

$$\ln L(\lambda)=(\sum_{i=1}^{n}x_i)\ln\lambda-\sum_{i=1}^{n}\ln(x_i!)-n\lambda$$

$$\frac{\mathrm{d}\ln L(\lambda)}{\mathrm{d}\lambda}=\frac{1}{\lambda}\sum_{i=1}^{n}x_i-n$$

令$\frac{\mathrm{d}\ln L(\lambda)}{\mathrm{d}\lambda}=0$，得

$$\lambda=\frac{1}{n}=\sum_{i=1}^{n}x_i=\bar{x}$$

4.3　负二项式分布参数 κ 估计

设总体服从负二项式分布，$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自总体的样本观测值，则由似然函数 $L(\kappa)=\left(1+\frac{\mu}{\kappa}\right)^{-n\kappa}\left(\frac{\mu}{\kappa+\mu}\right)^{\sum_{i=1}^{n}x_i}\prod_{i=1}^{n}\frac{\kappa(\kappa+1)\cdots(\kappa+x_i-1)}{x_i!}$，有

$$\frac{\mathrm{d}\ln L(\kappa)}{\mathrm{d}\kappa}=-n\ln\left(1+\frac{\mu}{\kappa}\right)+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{x_i}\frac{1}{\kappa+j-1}$$

令$\frac{\mathrm{d}\ln L(\kappa)}{\mathrm{d}\kappa}=0$，得

$$n\ln\left(1+\frac{\mu}{\kappa}\right)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{x_i}\frac{1}{\kappa+j-1}$$

考虑方程右端的变化规律，设 $A(x)$为取值超过 x 的样本数，m 为可取得的最大值，则

$$n\ln\left(1+\frac{\mu}{\kappa}\right)=\sum_{\kappa=0}^{m}\frac{A(x)}{\kappa+x}$$

使方程两边平衡的 κ 值即为 κ 的最大似然估计值[5]，初始值 $\kappa=\bar{x}^2/(s^2-\bar{x})$。

5　分布假设检验

一般地，使用 χ^2 检验判断是否推翻所作的分布假设。假设随机变量 X 服从 $F(x)$分布，并从总体中随机抽取一个单元数为 $n(n>50)$的样本，根据样本取值范围分组(对于连续变量分为若干小区间，对于整值变量则为具体观测数值)，统计各组样本观测频数 O_i，按所设分布 $F(x)$计算各分组的理论频率 p_i 和理论频数 $E_i=np_i$。当 n 充分大时，$\chi^2=\sum_{i=1}^{m}(O_i-E_i)^2/E_i$ 渐近以$(m-1)$为自由度的 χ^2 分布(皮尔逊定理)，若有 k 个总体参数用样本最大似然估计值代替，则渐近以$(f=m-k-1)$为自由度的 χ^2 分布[6-7]，式中 m 为样本分组组数。对于给定的显著度 α，计算 χ^2 值与查表 χ^2_α 值比较，若 $\chi^2>\chi^2_\alpha$ 则推翻X服从$F(x)$分布的假设。通常，χ^2 检验组数应不小于 5，理论频数小于 5 应并组[7]。χ^2 检验要求预测值大于 5，在少量具有特别多个体的样方或大量空白样方存在的情况下必须将个体数目较多的样方合并，结果可能出现谬误，但是这种谬误可以通过增加样本数量而避免[8-9]。

对于负二项式分布，计算理论频率 $P(Z=x)(x=0,1,2,\cdots,m)$，可考虑[5]：$P(Z=0)=\left(1+\frac{\mu}{\kappa}\right)^{-\kappa}$，$P(Z=1)=\frac{\kappa}{1}\frac{\mu}{\kappa+\mu}P(Z=0)$，$p(Z=2)=\frac{\kappa+1}{2}\frac{\mu}{\kappa+\mu}P(Z=1),\cdots$，$p(Z=m)=\frac{\kappa+m-1}{m}\frac{\mu}{\kappa+\mu}P(Z=m-1)$。

6　格局检验判别

通常，在不建立具体分布函数时，可以用样本方差与均值之比 $s^2/\bar{x}$ 判别种群格局。格局检验判别是在总体服从泊松分布的假设基础上进行的，必须经过统计检验，例如，只有经检验确定 $s^2/\bar{x}$ 与泊松分布($s^2/\bar{x}=1$)差异显著时，判断其大于或小于 1 才有意义。虽然孙儒泳[10-11]、李博[12]认为“$s^2/\bar{x}=0$ 属均匀分布”，但当 $s^2>0$ 时，若要判断 $s^2/\bar{x}\approx0$ 则仍需统计检验确认。种群格局检验判别指标很多[1,3,9,13-14]，研究中常见同时使用多个指标[15-23]，但重复使用本质相同的指标则无必要。下面介绍几个常用指标供参考。

6.1　扩散系数 C

$C=s^2/\bar{x}$，当 $C<1$ 时趋于均匀格局，$C=1$ 时趋于随机格局，$C>1$ 时趋于集群格局。样本观测值对泊松分布的偏离程度可用 t 检验确定。

$$t=\frac{s^2/\bar{x}-1}{\sqrt{2/(n-1)}}$$

$f=n-1$(当 $t<0$ 时,用 $|t|$ 与 t_α 比较)

式中(及以下指标中):$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$;$s^2=\frac{1}{n-1}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$,重复抽样条件下此 s^2 是总体方差的无偏估计。

6.2 聚集度指标 I、Lloyd 平均拥挤 m^* 和聚块性 m^*/m 指标、Cassie 指标 C_A

$I(s^2/\bar{x})-1$, $C_A=(s^2/\bar{x})/\bar{x}^2$,当 $I<0$, $C_A<0$ 时趋于均匀;$I=0$, $C_A=0$ 时趋于随机;$I>0$, $C_A>0$ 时趋于集群。

$m^*=m+(v/m-1)$, $m^*/m=1+(v/m-1)/m$ (式中 v 和 m 即 s^2 和 $\bar{x}$)。容易看出:$I=C-1$, $m^*=\bar{x}+I$, $m^*/m=1+C_A$, $C_A=1/\kappa$, κ 即负二项式分布参数,它也是一个聚集度指标[1,24-25]。

6.3 Morisita 指数 I_δ

$$I_\delta=n\frac{\sum x^2-\sum x}{(\sum x)^2-\sum x}$$

$$F=\frac{I_\sigma(\sum x-1)+n-\sum x}{n-1}$$

当 $I_\delta<1$ 时趋于均匀,$I_\delta=1$ 时趋于随机,$I_\delta>1$ 时趋于集群。用 F 检验($f_1=n-1$, $f_2\to\infty$)或用 $I_\delta(m-1)+n-m$ 与 $\chi^2_\alpha(f=n-1)$ 比较检验,式中 $m=n\bar{x}$,可以推出

$$I_\delta=\frac{n}{n\bar{x}-1}\left(\frac{n-1}{n}\frac{s^2}{\bar{x}}+\bar{x}-1\right)$$

$$I_\delta(m-1)+n-m=(n-1)\frac{s^2}{\bar{x}}$$

$$F=\frac{s^2}{\bar{x}}$$

由 $F_{f_1,f_2}=(\chi^2_{f_1}/f_1)/(\chi^2_{f_2}/f_2)$,当 $f_2\to\infty$时,依概率,$\chi^2_{f_2}/f_2$ 收敛于 1,$f_1F_{f_1,f_2}$ 收敛于自由度为 f_1 的 χ^2 统计量[6]

$$\chi^2_\alpha=f(1-2/(9f)+\sqrt{2/(9f)}\,\mu_{2\alpha})^3$$

$$\alpha<0.5, f>30$$

式中:$\mu_{2\alpha}$查正态分布双侧分位数(μ_α)表。当 $f_2\to\infty$, F_α 值可按f_1 和设定的 α 计算。

使用 Morisita 指数[26]时应该注意到 $F=s^2/\bar{x}=C$,当 $s^2/\bar{x}\to1$ 且大于 1,n 较大($f_1>500$)时,F_α 如果取值 1,则 $F>F_{\alpha\leqslant0.05}$,推翻总体服从泊松分布的假设。张谧等[27]在曼青冈(*Cyclobalanopsis oxyodon*)幼树Ⅱ中就存在 $n=9\ 600$ 和 $n=1\ 040$ 两组由 $C=1.01$ 经 t 检验判别为随机格局,因 F_α 取值 1,$F>F_\alpha$,由 I_δ 判别为集群格局的情况。其实 $f_1=1\ 039$ 和 $f_1=9\ 599$ 时,$F_\alpha=1.073\ 24$和 $F_\alpha=1.023\ 86$($\alpha=0.05$),由 $F=C<F_\alpha$,这两组幼树也应判别为随机格局。可以算出 $\alpha=0.05$, $f_1=50\ 000$, $F_\alpha=1.010\ 425\ 7$;$f_1=100\ 000$, $F_\alpha=1.007\ 367\ 4$,显然,使用 Morisita 指数时 F_α 取值 1 需谨慎。同样,在郑丽凤等[23]的论文中有 5 种处理(未采伐样地的木荷(*Schima superba*)、虎皮楠(*Daphniphyllum oldhami*)及所有样地的马尾松(*Pinus massoniana*),由 C 经 t 检验可以判别为随机格局,而该文却根据 $I_\delta>1$ 将其最终"判定为聚集分布"。由每种处理的样本数 $n=48$ 可算出 $F_\alpha=1.361\ 63$($\alpha=0.05$,即使查表 $f_1=50$ 也有 $F_\alpha=1.35$),这 5 种处理由于 $F=C<F_\alpha$ 仍然应判别为随机格局,这也说明格局判别必须经过统计检验。此外,在文献[17]中也存在 $F\neq C$ 的情况。另一方面,对于一个来自服从均匀分布的总体的样本,应该有 $s^2<\bar{x}$,但是要通过 $F(f_1=n-1, f_2\to\infty)$ 检验判定"I_δ 显著地小于 1"却需要 s^2 足够程度地大于 $\bar{x}$ 以满足 $F>F_\alpha$,因此实际上难以应用 Morisita 指数 $I_\delta<1$ 判断种群是否属于均匀格局。

上述种群格局主要根据种群统计参数和已知概率分布检验从概率角度研究种群个体在空间的散布形式[4,9,32]。广义格局涉及的物种分布、群落和景观分布及空间图式格局分析等请参阅相关文献[4,9,28-32]。

致谢 本文承蒙北京林业大学李永慈老师帮助,谨致感谢。

参 考 文 献

[1] PIELOU E C. *An introduction to mathematical ecology*[M]. New York: Wiley & Sons, Inc., 1969.

[2] 周纪纶,郑师章,杨持.植物种群生态学[M].北京:高等教育出版社,1993.

ZHOU J L, ZHENG S Z, YANG C. *Plant population ecology*[M]. Beijing: Higher Education Press, 1993.

[3] 李贤平.概率论基础[M].北京:高等教育出版社,1997.

LI X P. *Foundational probability*[M]. Beijing: Higher Education Press, 1997.

[4] 王政权.地统计学及其在生态学中的应用[M].北京:科学出版社,1999.

WANG Z Q. *Geostatistics and its applications in ecology*[M]. Beijing: Science Press, 1999.

[5] JEFFERS J N R. *An introduction to system analysis: With ecological applications*[M]. London: Edward Arnold, 1978.

[6] 中国科学院数学研究所概率统计室.常用数理统计表[M].北京:科学出版社,1997.

Institute of Mathematics, Chinese Academy of Sciences. *Common tables of statistics*[M]. Beijing: Science Press, 1997.

[7] 北京林学院.数理统计[M].北京:中国林业出版社,1980.

Beijing Forestry College. *Statistics*[M]. Beijing: China Forestry Publishing House, 1980.

[8] GREIG-SMITH P. *Quantitative plant ecology* [M]. Oxford: Blackwell Scientific Publications, 1983.

[9] 张金屯. 数量生态学[M]. 北京：科学出版社, 2004.
ZHANG J T. *Quantity ecology*[M]. Beijing: Science Press, 2004.

[10] 孙儒泳. 普通生态学[M]. 北京：高等教育出版社, 2000.
SUN R Y. *General ecology*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2000.

[11] 孙儒泳. 基础生态学[M]. 北京：高等教育出版社, 2003.
SUN R Y. *Foundational ecology*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2003.

[12] 李博. 生态学[M]. 北京：高等教育出版社, 2007.
LI B. *Ecology*[M]. Beijing: Higher Education Press, 2007.

[13] DALE M R T. *Spatial pattern analysis in plant ecology* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.

[14] DAVID F N, MOORE P G. Notes on contagious distribution in plant populations[J]. *Annals Botany*, 1954, 18: 47-53.

[15] 钱宝英，黎云祥，廖咏梅，等. 淫羊藿分株种群特征及其与箭叶淫羊藿空间分布的点格局分析[J]. 云南植物研究, 2005, 27(5): 479-488.
QIAN B Y, LI Y X, LIAO Y M, *et al*. Characteristics of the ramet population of *Epimedium brevicornum* and analysis of spatial point pattern for *E. brevicornum* and *E. sagittatum*[J]. *Acta Botanica Yunnanica*, 2005, 27(5): 479-488.

[16] 茹文明，张桂萍，毕润成，等. 濒危植物脱皮榆种群结构与分布格局研究[J]. 应用与环境生物学报, 2007, 13(1): 14-17.
RU W M, ZHANG G P, BI R C, *et al*. Population structure and pattern of endangered *Ulmus lamellosa* in Shanxi[J]. *Chin J Appl Environ Biol*, 2007, 13(1): 14-17.

[17] 何恒斌，张惠娟，贾桂霞. 磴口县沙冬青种群结构和空间分布格局的研究[J]. 林业科学, 2006, 42(10): 13-18.
HE H B, ZHANG H J, JIA G X. Population structure and spatial distribution pattern of *Ammopiptanthus mongolicusin* in Dengkou County, Inner Mongolia Autonomous Region[J]. *Scientia Silvae Sinicae*, 2006, 42(10): 13-18.

[18] 肖立生，游水生，孙邦均. 炼山干扰对米槠林分布格局的影响[J]. 福建林学院学报, 2000, 20(1): 79-81.
XIAO L S, YOU S S, SUN B J. Effects of slash-and-burning practice on spatial pattern in *Castanopsis carlesii* community[J]. *Journal of Fujian College of Forestry*, 2000, 20(1): 79-81.

[19] 李先琨，黄玉清，苏宗明. 元宝山南方红豆杉种群分布格局及动态[J]. 应用生态学报, 2000, 11(2): 169-172.
LI X K, HUANG Y Q, SU Z M. Distribution pattern and its dynamics of *Taxus chinensis* var. *mairei* population on Yuanbaoshan Mountain[J]. *Chinese Journal of Applied Ecology*, 2000, 11(2): 169-172.

[20] 石武祥，郭宪国，董文鸽，等. 云南北部金沙江流域小兽体表恙螨种类及空间分布格局研究[J]. 现代预防医学, 2007, 34(9): 1 601-1 606.
SHI W X, GUO X G, DONG W G, *et al*. Studies on spatial distribution patterns and species of chigger mites on small mammals in the surrounding areas of north Jinsha River of Yunnan[J]. *Modern Preventive Medicine*, 2007, 34(9): 1 601-1 606.

[21] 杨梅，林思祖，曹光球，等. 人为干扰对常绿阔叶林主要种群分布格局的影响[J]. 中国生态农业学报, 2007, 15(1): 9-11.
YANG M, LIN S Z, CAO G Q, *et al*. Effects of human disturbance on spatial distribution pattern of main population of evergreen broadleaf trees[J]. *Chinese Journal of Eco-Agriculture*, 2007, 15(1): 9-11.

[22] 封磊，洪伟，吴承祯，等. 南方铁杉种群结构动态与空间分布格局[J]. 福建林学院学报, 2008, 28(2): 110-114.
FENG L, HONG W, WU C Z, *et al*. Structure dynamics and spatial distribution pattern of population of *Tsuga tchekiangensis*[J]. *Journal of Fujian College of Forestry*, 2008, 28(2): 110-114.

[23] 郑丽凤，周新年，罗积长，等. 择伐强度对天然针阔混交林更新格局的影响[J]. 福建林学院学报, 2008, 28(4): 310-313.
ZHENG L F, ZHOU X N, LUO J C, *et al*. Effects of selective intensity on regeneration pattern of natural mixed stand of conifer and broad-leaved trees[J]. *Journal of Fujian College of Forestry*, 2008, 28(4): 310-313.

[24] CASSIE R M. Frequency distribution model in ecology plant and other organism[J]. *Ardm Ecol*, 1962, 31: 65-95.

[25] WATERS W E. A quantitative measure of aggregation in insects[J]. *J Econ Ent*, 1959, 52: 1 180-1 184.

[26] MORISITA M. Composition of the *I* index[J]. *Researches in Population Ecology*, 1971, 13: 1-27.

[27] 张谧，熊高明，赵长明，等. 神农架地区米心水青冈-曼青冈群落的结构与格局研究[J]. 植物生态学报, 2003, 27(5): 603-609.
ZHANG M, XIONG G M, ZHAO C M, *et al*. The structures and patterns of a *Fagus engleriana-Cyclobalanopsis oxyodon* community in Shennongjia area, Hubei Province[J]. *Acta Phytoecologica Sinica*, 2003, 27(5): 603-609.

[28] SILVERTOWN J W. *Plant population ecology* [M]. London: Longman, 1982.

[29] LEVIN S A. The problem of pattern and scale in ecology[J]. *Ecology*, 1992, 73: 1 943-1 967.

[30] LEGENDRE P, FORTIN M J. Spatial pattern and ecological analysis[J]. *Vegentatio*, 1989, 80: 107-138.

[31] LUDWIN J A, REYNILDS J F. *Statistical ecology*[M]. New York: John Wily & Sons, 1988.

[32] GAUCH H G. *Multivariate analysis in community ecology* [M]. London: Cambridge University Press, 1982.

（责任编辑　冯秀兰）