

木材的宏观力学模型及断裂机理

田振农 张乐文

(山东大学土建水利学院)

摘要:通过理论与试验分析相结合的方法,建立木材多尺度力学分析模型,分析木材的宏观力学性质和断裂机理。在假设木材是含裂纹的各向异性材料基础上,建立了断裂力学分析模型,并用该模型研究了含边缘 I 型裂纹的有限板的应力场和应力强度因子;进一步分析了木板紧凑拉伸时裂纹的几何特征对应力强度因子的影响,建立了应力强度因子的无量纲关系式;结合模型试验,得到木材的横纹断裂韧性和顺纹断裂韧性参数。结果表明:裂纹的存在对其附近应力场的影响很大,在张应力情况下容易引起木材的断裂,而且顺纹断裂韧性与横纹断裂韧性的差别很大。

关键词: 断裂韧性; 应力强度因子; 正交各向异性

中图分类号: S781.2 文献标志码: A 文章编号: 1000-1522(2010)02-0153-04

TIAN Zhen-nong; ZHANG Le-wen. **Macro-mechanical model and fracture mechanism of wood.**

Journal of Beijing Forestry University (2010) **32**(2) 153-156 [Ch 21 ref.] School of Civil Engineering, Shandong University, Jinan 50016, P. R. China.

Our study analyzed the macro-mechanical properties and fracture mechanism of wood and established the multi-scale mechanical analysis model of wood, both theoretically and empirically. Based on the hypothesis that wood is a kind of anisotropic material including cracks, analysis model of fracture mechanism for wood was established. The stress field and stress intensity factors of finite plates with cracks of edge type I were studied by the model. The effects of geometric features of cracks on the stress intensity factors were further analyzed when a wooden board was used to carry out a compact tension test. The formula for the stress intensity factors was established by dimensional analysis. The toughness factors of transverse fracture and fracture parallel to the grain of wood were further obtained by a model experiment. The results indicate that: 1) cracks in wood have a great effect on the stress field; 2) in tensile stress, it is easy to induce wood fracture and 3) there is a significant difference between transverse and parallel fracture toughness.

Key words fracture toughness; stress intensity factor; orthotropic

木材是人类应用最广泛的一种天然可更新原材料,涉及到建筑、室内装饰、造纸等领域,研究其断裂行为对保证结构安全、改善造纸工艺意义重大^[1]。目前,研究木材的力学性质主要分宏观、细观、微观3个层次^[2-5]。宏观力学研究认为木材是正交各向异性材料,虽然认为木材存在着节疤、劈裂、孔洞等天然缺陷,但在建立力学模型时概化了这些缺陷的性质,采用线弹性力学模型建立基本方程^[6-7]。通过弯曲试验或拉伸试验得到木材的主要力学性质参

数,如弹性模量、泊松比、破坏强度等^[8-10],从而对木材的宏观力学性质进行分析。也有研究者通过建立有限元模型,把对木材力学性质的分析进一步量化^[11-13]。但是把木材的宏观力学性质和其断裂行为联系起来研究的还很少,并缺少具体的断裂力学模型。细观研究认为木材是由很多木纤维组成,需要考虑木材的纹理对力学性质的影响,不少学者利用光学显微镜和电子显微镜观察研究了木材的断裂特征^[14-15]。微观研究是在微米尺度上,利用环境扫

收稿日期: 2009-01-30

基金项目: “973”国家重点基础研究发展计划项目(2009CB724607)、山东省自然科学基金面上项目(Y2007F53)。

第一作者: 田振农, 博士, 讲师。主要研究方向: 工程力学。电话: 0531-85891125 Email: zntian@sdu.edu.cn 地址: 250016 济南市经十路73号山东大学土建水利学院。

本刊网址: <http://www.bjfujournal.cn>; <http://journal.bjfu.edu.cn>

描电子显微镜来观察细胞壁的撕裂^[16-17]。这 3 个层次的断裂机理差别很大,目前还很难建立多尺度力学模型。本文主要通过理论分析建立木材断裂破坏的本构关系,结合紧凑拉伸试验得到木材不同方向上的断裂韧性,从而研究木材的宏观力学性质和断裂机理。

1 木材的宏观力学模型

木材在被作为力学研究对象时可被看作正交各向异性材料,即在纵向(L)、径向(R)、弦向(T)3 个方向上有独立的力学性质。把木材看作弹性体,其力学模型为:

平衡方程:

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0, \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

几何方程:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2)$$

本构方程:

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j, \quad (i, j = 1, 2, \dots, 6) \quad (3)$$

式中: σ 为应力, ε 为应变, u 为位移, f 为体力, C_{ij} 为刚度。根据正交性质, C_{ij} 只有 9 个独立的量。一般边界条件下得到上述力学模型的理论解非常困难,因此假设其为平面($x-y$)力学问题,于是式(1)、(2)中 $i, j = 1, 2$, 式(3)写成如下形式:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{16} \\ s_{21} & s_{22} & s_{26} \\ s_{61} & s_{62} & s_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} \quad (4)$$

式中: s 为柔度, $s_{11} = 1/E_x$, $s_{22} = 1/E_y$, $s_{12} = s_{21} = -\gamma_{12}/E_x = -\gamma_{21}/E_y$, $s_{66} = 1/G_{xy}$, $s_{16} = s_{61} = s_{26} = s_{62} = 0$, E 为弹性模量, G 为剪切模量, γ 为剪应变。由式(4)可得用应力函数 A 表示的变形协调方程为:

$$s_{22} \frac{\partial^4 A}{\partial x^4} - 2s_{26} \frac{\partial^4 A}{\partial x^3 \partial y} + (2s_{12} + s_{66}) \frac{\partial^4 A}{\partial x^2 \partial y^2} - 2s_{16} \frac{\partial^4 A}{\partial x \partial y^3} + s_{11} \frac{\partial^4 A}{\partial y^4} = 0 \quad (5)$$

其中应力函数 A 与应力分量的关系为:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 A}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}, \quad \sigma_{xy} = -\frac{\partial^2 A}{\partial x \partial y} \quad (6)$$

平面问题的边界条件可表达为:

$$u_x = \bar{u}_x, \quad \mu_y = \bar{u}_y \quad (\text{在 } S_u \text{ 上}) \quad (7)$$

$$\begin{cases} \sigma_x l + \sigma_{yx} m = \bar{p}_x \\ \sigma_{xy} l + \sigma_y m = \bar{p}_y \end{cases} \quad (\text{在 } S_p \text{ 上}) \quad (8)$$

式中: S_u 为位移边界, S_p 为应力边界, p 为应力, l, m 为法线方向的 2 个方向余弦。

因此该问题转化为研究 4 阶偏微分方程式(5)

的通解问题。引入复变量 z :

$$z = x + \mu y \quad (9)$$

式中: μ 为复常数。

将应力函数 A 写成如下广义复变函数形式:

$$A = F(z) + \overline{F(z)} \quad (10)$$

式中: $F(z)$ 为调和函数, $\overline{F(z)}$ 为 $F(z)$ 的共轭函数。

对于各向异性材料,把式(10)代入到式(5)即可得应力函数的通解为

$$A = F_1(z_1) + \overline{F_1(z_1)} + F_2(z_2) + \overline{F_2(z_2)} \quad (11)$$

将式(11)代入到式(6)并令

$$\begin{aligned} \varphi(z_1) &= \frac{dF_1}{dz_1} = F'_1(z_1), \\ \varphi(z_2) &= \frac{dF_2}{dz_2} = F'_2(z_2) \end{aligned} \quad (12)$$

式中: $\varphi(z_1)$ 、 $\varphi(z_2)$ 为对应不同根的复变函数。

则可得应力分量的表达式:

$$\begin{cases} \sigma_x = \mu_1^2 \varphi'(z_1) + \mu_2^2 \varphi'(z_2) + \overline{\mu_1^2 \varphi'(z_1)} + \overline{\mu_2^2 \varphi'(z_2)} \\ \sigma_y = \varphi'(z_1) + \varphi'(z_2) + \overline{\varphi'(z_1)} + \overline{\varphi'(z_2)} \\ -\sigma_{xy} = \mu_1 \varphi'(z_1) + \mu_2 \varphi'(z_2) + \overline{\mu_1 \varphi'(z_1)} + \overline{\mu_2 \varphi'(z_2)} \end{cases} \quad (13)$$

通常把式(13)代入用应力表示的强度理论可以判断木材的失效。木材的顺纹抗拉强度可达 120.0 ~ 150.0 MPa,为顺纹抗压强度的 2 ~ 3 倍;木材的横纹拉力比顺纹拉力低得多,一般只有顺纹拉力的 1/30 ~ 1/40;木材抗弯强度约为顺纹抗压强度的 1.7 倍^[18]。

实践证明^[19]木材内细小裂纹的起裂、扩展才是其失效的主要原因,假设木材是带有扁平裂纹的正交异性弹性体,对含边缘裂纹有限大板问题(图 1),其裂纹处上、下表面的面力自由边界条件为:

$$\sigma_{xy}^{(+)} = \sigma_{xy}^{(-)} = 0, \quad \sigma_{yy}^{(+)} = \sigma_{yy}^{(-)} = 0 \quad (14)$$

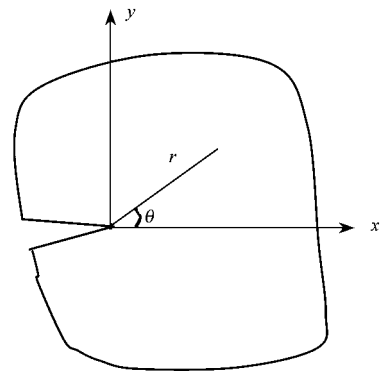


图 1 单边缘裂纹板

根据文献 [20] 裂纹尖端附近应立场分量为：

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} = & H_{10} \left[r_1^{1/2} \left(A_{ij1}^{(R)} \cos \frac{1}{2} \theta_1 + B_{ij1}^{(R)} \sin \frac{1}{2} \theta_1 \right) + \right. \\ & \left. r_2^{1/2} \left(A_{ij2}^{(R)} \cos \frac{1}{2} \theta_2 + B_{ij2}^{(R)} \sin \frac{1}{2} \theta_2 \right) \right] + \\ & H_{30} \left[r_1^{1/2} \left(C_{ij1}^{(R)} \cos \frac{1}{2} \theta_1 + D_{ij1}^{(R)} \sin \frac{1}{2} \theta_1 \right) + \right. \\ & \left. r_2^{1/2} \left(C_{ij2}^{(R)} \cos \frac{1}{2} \theta_2 + D_{ij2}^{(R)} \sin \frac{1}{2} \theta_2 \right) \right] \quad (15) \end{aligned}$$

式中： θ_1 、 θ_2 、 r_1 、 r_2 与复常数在变形协调方程的解有关 $A_{ij1}^{(R)}$ 、 $B_{ij1}^{(R)}$ 、 $C_{ij1}^{(R)}$ 、 $D_{ij1}^{(R)}$ 、 $A_{ij2}^{(R)}$ 、 $B_{ij2}^{(R)}$ 、 $C_{ij2}^{(R)}$ 、 $D_{ij2}^{(R)}$ 是材料弹性常数的函数， H_{10} 、 H_{30} 是 $\left[\frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2} \varphi_1'(z_1) + \frac{\mu_2 - \bar{\mu}_1}{\bar{\mu}_2} \varphi_1'(z_1) \right] / 2z^{-1/2}$ 及 $\frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_2} \varphi_1'(z_1) - \frac{\bar{\mu}_2 - \bar{\mu}_1}{\bar{\mu}_2} \varphi_1'(z_1)$ 级数展开项的系数。

考虑裂纹几何外形和载荷的对称问题，由式 (15) 可得应力强度因子为：

$$K_I = \lim_{\substack{\theta \rightarrow 0 \\ r \rightarrow 0}} \sqrt{2\pi r} \sigma_y = 2\sqrt{2\pi} H_{10} \quad (16)$$

以带边缘裂纹的矩形板的紧凑拉伸试验为例 (图 2) 对应力强度因子进行量纲分析。选取主要参量为：力 P 板厚度 $2h$ 、宽度为 B 、长度 L ，裂纹长度 a ，应力强度因子为 K_I 。则

$$K_I = f(P, L, B, a, h) \quad (17)$$

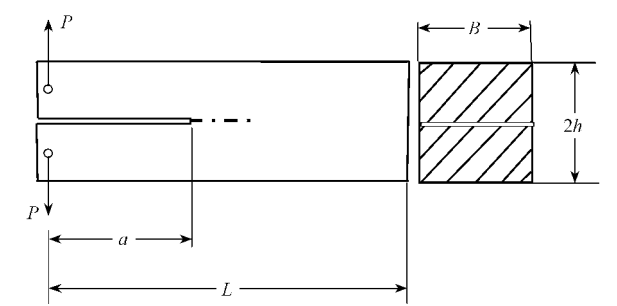


图 2 紧凑试验样本示意图
Fig. 2 Schematic of DCB specimen

选取 P 、 L 为基本参量，则可得无量纲分析式

$$\frac{K_I}{P/\sqrt{L}} = f\left(\frac{B}{L}, \frac{a}{L}, \frac{h}{L}\right) \quad (18)$$

进一步整理得：

$$K_I \sqrt{L}/P = f\left(\frac{B}{L}, \frac{a}{L}, \frac{h}{L}\right) \quad (19)$$

利用式 (16) 可以得到不同裂纹几何特征下的应力强度因子，见图 3。

通过以上分析可以确定木材作为各向异性材料含有 I 型裂纹时，应力强度因子和裂纹尺寸之间的关系，进一步通过断裂韧性便可以判断木材的破坏问题。

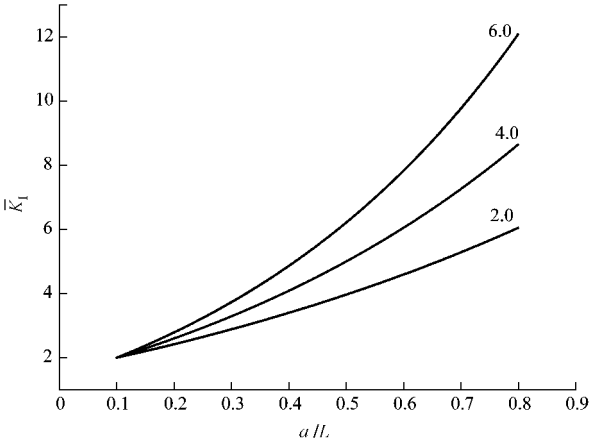


图 3 紧凑拉伸试验应力强度因子与裂纹长度关系曲线
Fig. 3 Correlation between stress intensity factor and crack length with DCB test
注：试件长度与厚度之比 L/h 分别为 2.0、4.0、6.0，
 $\bar{K}_I = K_I \sqrt{L}/P$ 为应力强度因子的无量纲量。

2 断裂韧性测试

根据 GB4161—1984^[21] 规定，采用紧凑拉伸试验测量木材的断裂韧性 K_{IC} 。试验样本为采自黑龙江的白皮松 (*Pinus bungeana*)，其几何特征见图 2，其中 $2h = 20\text{ mm}$ ， $L = 100\text{ mm}$ ， $B = 20\text{ mm}$ ， $a = 50\text{ mm}$ 。样本的 3 个坐标轴分别与木材的纵向、径向、弦向重合，样本数为 20。试验的主要设备为 WDW-200 万能材料试验机，该试验机的力和变形的分辨率为 $1/20\ 000$ ，位移分辨率为 0.01 mm ，可以自动记录施加载荷 (P) 和裂纹张开位移 (δ) 之间的关系，典型的试验结果见图 4。

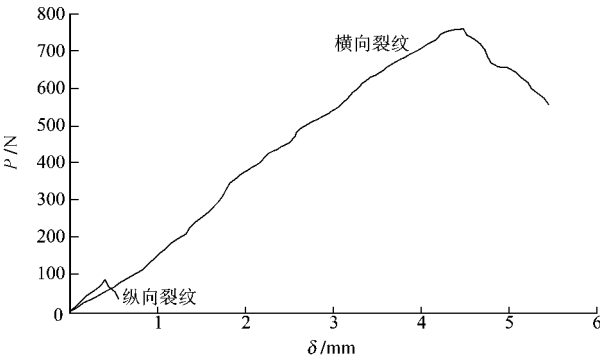


图 4 裂纹张开位移与载荷曲线
Fig. 4 Experimental P - δ curve

由图 4 可以得出裂纹扩展时的临界载荷 P_Q 。根据式 (20) 可以计算出裂纹的断裂韧性。

$$K_{IC} = \frac{P_Q}{B L^{1/2}} f\left(\frac{a}{L}\right) \quad (20)$$

$$f\left(\frac{a}{L}\right)=\frac{\left(2+\frac{a}{L}\right)\left[0.886+4.64\frac{a}{L}-13.32\left(\frac{a}{L}\right)^2+14.72\left(\frac{a}{L}\right)^3-5.6\left(\frac{a}{L}\right)^4\right]}{\left(1-\frac{a}{L}\right)^{3/2}}\tag{21}$$

对不同方向的裂纹,把试验条件和结果代入式(20)、(21)可得:

$$\begin{aligned}K_{IC}^L&\approx 122\left(\text{kN}/\text{m}^{3/2}\right),\\K_{IC}^R&\approx 1\,145\left(\text{kN}/\text{m}^{3/2}\right)\end{aligned}\tag{22}$$

比较式(16)和(22),如果 $K_I=K_{IC}$,则认为木材失效。

3 结 论

1)可以根据木材的正交各向异性建立弹性断裂力学模型,并通过求解 I 型裂纹的应力场确定应力强度因子、研究应力强度因子与裂纹几何特征的关系。裂纹的存在对其附近应力场的影响很大,在张应力情况下,容易引起木材的断裂。

2)紧凑拉伸试验得到了木材含 I 型裂纹时的断裂韧性,且得知顺纹断裂韧性与横纹断裂韧性的差别很大。

参 考 文 献

[1] MISHNAEVSKY L J ,QING H. Micromechanical modelling of mechanical behaviour and strength of wood State of the art review [J]. *Computational Materials Science* 2008 44(2):363–370.

[2] VAN DER PUT T A C M. A new fracture mechanics theory for orthotropic materials like wood [J]. *Engineering Fracture Mechanics* 2007 74(5):771–781.

[3] SOBIER H , MENZEMER C C , SRIVATSAN T S. An investigation and understanding of the mechanical response of Palmyrah timber [J]. *Materials Science and Engineering A* , 2003 354:257–269.

[4] MOURA M F S F ,MORAIS J J L ,DOURADO N. A new data reduction scheme for mode I wood fracture characterization using the double cantilever beam test [J]. *Engineering Fracture Mechanics* 2008 75(13):3852–3865.

[5] DOURADO N ,MOREL S ,MOURA M F S F ,et al. Comparison of fracture properties of two wood species through cohesive crack simulations [J]. *Composites:Part A* 2008 39(3):415–427.

[6] 邵卓平 ,任海青 ,江泽慧. 木材横纹理断裂及强度准则 [J]. *林业科学* 2003 39(1):119–125.

[7] 邵卓平 ,江泽慧 ,任海青. 线弹性断裂力学原理在木材中应用的特殊性与木材顺纹理断裂 [J]. *林业科学* 2002 38(6):

110–115.

[8] ROMANOWICZ M ,SEWERYN A. Verification of a non-local stress criterion for mixed mode fracture in wood [J]. *Engineering Fracture Mechanics* 2008 75(10):3141–3160.

[9] JERNKVIST L O. Fracture of wood under mixed mode loading Derivation of fracture criteria [J]. *Engineering Fracture mechanics* 2001 68(5):549–563.

[10] 邵卓平. 木材断裂韧性测试研究 [J]. *力学与实践* 2002 24(4):49–51.

[11] SILVA M A L ,MOURA M F S F ,MORAIS J J L. Numerical analysis of the ENF test for mode II wood fracture [J]. *Composites:Part A* 2006 37(9):1334–1344.

[12] OLIVEIRA J M Q ,MOURA M F S F ,SILVA M A L ,et al. Numerical analysis of the MMB test for mixed-mode I II wood fracture [J]. *Composites Science and Technology* 2007 67(9):1764–1771.

[13] YOSHIHARA H. Theoretical analysis of 4-ENF tests for mode II fracturing in wood by finite element method [J]. *Engineering Fracture Mechanics* 2008 75(2):290–296.

[14] YOSHIHARA H ,KAWAMURA T. Mode I fracture toughness estimation of wood by DCB test [J]. *Composites:Part A* 2006 37(11):2105–2113.

[15] SILVA M A L ,MORAIS J J L ,MOURA M F S F ,et al. Mode II wood fracture characterization using the ELS test [J]. *Engineering Fracture Mechanics* 2007 74(14):2133–2147.

[16] 李大纲. 木材细胞壁细观断裂及其损伤机理 [J]. *科学技术与工程* 2004(1):24–27.

[17] 巩翠芝 ,刘一星 ,崔永志 ,等. 利用环境扫描电子显微镜原位监测木材的断裂过程 [J]. *东北林业大学学报* 2007 35(6):7–9.

[18] 鲍甫成. 中国主要人工林树种木材性质 [M]. 北京:中国林业出版社,1998.

[19] SMITH I ,LANDIS E ,GONG M. *Fracture and fatigue in wood* [M]. Hoboken ,New Jersey:John Wiley and Sons 2003.

[20] 张行. 断裂与损伤力学 [M]. 北京:北京航空航天大学出版社 2006.

[21] 国家标准局. GB4161—1984 金属材料平面应变断裂韧度 K_{IC} 试验方法 [S]. 北京:中国标准出版社,1984.

(责任编辑 李文军)