

DOI:10.12171/j.1000-1522.20200300

## 足尺胶合板弹性模量的两对边简支振动检测研究

李 焕<sup>1,2</sup> 管 成<sup>1,2</sup> 张厚江<sup>1,2</sup> 刘晋浩<sup>1</sup> 周建徽<sup>3</sup> 辛振波<sup>1,2</sup>

(1. 北京林业大学工学院, 北京 100083; 2. 北京林业大学木材无损检测国际联合研究所, 北京 100083;  
3. University of Northern British Columbia, Prince George, British Columbia V2L 16R, Canada)

**摘要:**【目的】研究足尺胶合板两个主要方向(即长度和宽度方向)弹性模量的两对边简支振动检测, 为足尺胶合板两个主要方向弹性模量的在线无损检测提供一种新方法。【方法】以4种厚度共20块足尺胶合板为研究对象, 采用有限元软件COMSOL Multiphysics和PULSE振动测试系统分别对两对边简支的足尺胶合板进行了模态灵敏度分析和试验模态分析; 提出了一种两对边简支边界条件下的足尺胶合板弹性模量振动检测试验方法, 运用此方法提取出足尺胶合板所需模态的频率, 将其带入到编写的弹性模量检测算法中, 用以计算足尺胶合板两个主要方向的动态弹性模量值; 进行了三点弯曲静态试验检测足尺胶合板两个主要方向的静态弹性模量值, 用以验证动态弹性模量检测结果的准确性。【结果】确定了用于计算足尺胶合板两个主要方向弹性模量的频率所对应的模态, 分别为其自由振动前9阶模态中的第1阶模态(2, 0)和第7阶模态(2, 2); 厚度变化对足尺胶合板的前9阶模态的阶次排序没有影响; 足尺胶合板两个主要方向的动态弹性模量均大于静态弹性模量, 且同一厚度足尺胶合板的力学性能存在不均匀性; 足尺胶合板长度和宽度方向的动态弹性模量与静态弹性模量间均具有显著的线性关系, 决定系数分别为0.907和0.655。【结论】基于两对边简支振动和弹性模量振动检测算法检测足尺胶合板两个主要方向的弹性模量具有可行性。

关键词: 足尺胶合板; 两对边简支; 弹性模量; 振动检测

中图分类号: S781.23 文献标志码: A 文章编号: 1000-1522(2021)02-0138-12

引文格式: 李焕, 管成, 张厚江, 等. 足尺胶合板弹性模量的两对边简支振动检测研究 [J]. 北京林业大学学报, 2021, 43(2): 138-149. Li Huan, Guan Cheng, Zhang Houjiang, et al. Determining modulus of elasticity of full-size plywood panel simply supported on two opposite sides using a vibration method [J]. Journal of Beijing Forestry University, 2021, 43(2): 138-149.

## Determining modulus of elasticity of full-size plywood panel simply supported on two opposite sides using a vibration method

Li Huan<sup>1,2</sup> Guan Cheng<sup>1,2</sup> Zhang Houjiang<sup>1,2</sup> Liu Jinhao<sup>1</sup> Zhou Jianhui<sup>3</sup> Xin Zhenbo<sup>1,2</sup>

(1. School of Technology, Beijing Forestry University, Beijing 100083, China;

2. Joint International Research Institute of Wood Nondestructive Testing and Evaluation,

Beijing Forestry University, Beijing 100083, China;

3. University of Northern British Columbia, Prince George, British Columbia V2L 16R, Canada)

**Abstract:** [Objective] To provide a new method for the online non-destructive determination for modulus of elasticity (MOE) in two main directions of a full-size plywood panel, the vibration determination for MOE in two main directions of a full-size plywood panel simply supported on two opposite sides was studied. [Method] 20 pieces of full-size plywood panels with four different thicknesses were used as study objects. The modal sensitivity analysis and experimental modal analysis of full-size plywood panels simply

收稿日期: 2020-10-06 修回日期: 2020-12-02

基金项目: 中国博士后科学基金面上资助项目(2018M641225), 林业公益性行业科研专项(201304512), 中央高校基本科研业务费专项资金资助(BLX201817)。

第一作者: 李焕。主要研究方向: 木材无损检测技术。Email: 1433049495@qq.com 地址: 100083 北京市海淀区清华东路35号北京林业大学工学院。

责任作者: 管成, 博士, 讲师。主要研究方向: 木材无损检测技术。Email: 648911029@qq.com 地址: 同上。张厚江, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 木材无损检测技术。Email: hjzhang6@bjfu.edu.cn 地址: 同上。

本刊网址: <http://j.bjfu.edu.cn>; <http://journal.bjfu.edu.cn>

supported on two opposite sides were performed using finite element software COMSOL Multiphysics and the PULSE vibration test system. The frequencies of needed modes were obtained by a vibration detection method for MOE of the full-size plywood panel proposed in this study, then incorporated into a vibration detection algorithm of the dynamic MOE in two main directions of a full-size plywood panel. In order to verify the accuracy of the dynamic MOE values measured, the static MOE values in two main directions of a full-size plywood panel were also obtained through three-point bending test. [Result] The frequencies of free vibration modes (2, 0) and (2, 2) as the first and seventh modes in the first nine modes of the full-size plywood panel were conducted for calculation of MOE in the length and width directions of the panels, respectively. The results revealed that thickness variation had no effect on the ordering of the first nine modes for the full-size plywood panels. The dynamic MOE values were greater than the static ones of the full-size plywood panels, and there existed inhomogeneity of mechanical properties for the full-size plywood panels with the same thickness. Dynamic MOE had a strong correlation with static MOE in both length and width directions of the full-size plywood panels ( $R^2 = 0.907$  and 0.655, respectively). [Conclusion] It is feasible for determining MOE of a full-size plywood panel based on two-opposite-side vibration and vibration detection algorithm for MOE.

**Key words:** full-size plywood panel; simply supported on two opposite sides; modulus of elasticity (MOE); vibration test

胶合板作为三大传统人造板之一,广泛应用于家具和建筑等领域。由于胶合板是由多层单板黏接而成的,力学性能分散性大,所以为了实现胶合板的高效生产和合理使用,对其力学性能的检测和分等便必不可少。足尺胶合板指国内外人造板生产和销售中的大幅面成品胶合板,最典型的幅面尺寸是 $2.44\text{ m} \times 1.22\text{ m}$ 。两个主要方向的弹性模量(即长度方向弹性模量 $E_x$ 和宽度方向弹性模量 $E_y$ )作为衡量足尺胶合板力学性能的主要指标,如何快速准确地对其进行检测一直是国内外研究人员的主要研究目标。传统的静态检测方法存在有损、费时,只适用于抽检且一次试验仅能获得板材单个方向弹性模量值等弊端,不能满足足尺胶合板两个主要方向弹性模量在线同步无损检测的要求。因此,有必要开展足尺胶合板两个主要方向弹性模量的无损检测研究。

近年来,国内外学者已经运用振动法对不同边界条件的足尺胶合板两个主要方向弹性模量的无损检测开展了一些研究<sup>[1-2]</sup>。1992年,Sobue等<sup>[3]</sup>基于横向振动理论研究了如何无损检测一侧长边简支而其他三边自由的足尺胶合板的两个弹性模量( $E_x$ 和 $E_y$ )。2003年,Bos等<sup>[4]</sup>通过对完全自由人造板的模态测试分析,选择人造板模态(2,0)和(0,2)的频率计算其长度和宽度方向的弹性模量,并设计开发出了一款足尺人造板弹性模量在线无损检测装置,随后通过将该检测装置测得的足尺胶合板 $E_x$ 和 $E_y$ 的动态结果与标准静态试验检测结果进行对比分析,发现两者间具有很好的相关性。2017年,管成等<sup>[5]</sup>提出了一种四节点支承的边界条件,此边界条件是将

足尺人造板在其长度、宽度方向 22.4% 和 77.6% 的节线(分别为足尺人造板自由振动沿长度和宽度方向一阶弯曲振型的两条节线)的 4 个交点处支承,并开发了四节点支承的大尺寸人造板力学性能无损检测装置,实现了包括足尺胶合板在内的多种足尺人造板的两个主要方向弹性模量的快速无损检测。

综上所述,目前为止运用振动法无损检测足尺胶合板的两个主要方向弹性模量所研究的边界条件有:一边简支而其他三边自由、完全自由和四节点支承。虽然这 3 种边界条件均可以实现实验室环境的足尺胶合板两个主要方向弹性模量的无损检测。但这 3 种边界条件的研究成果均不太适合实际生产车间环境下的应用,在生产车间条件下完全自由和一边简支而其他三边自由这两种边界条件较难实现,而四节点支承边界条件虽然可以实现,但是为保证检测结果准确可靠,需要保证被测板材的精准定位,此部分操作费时费力从而导致检测效率降低。两对边简支边界条件只需将被测板材在两条短边处简支支承便可达到,因其便于对板材进行定位的优点,在实验室和生产车间均更具有实现足尺胶合板的两个主要方向弹性模量快速无损检测的潜力。

本研究提出了一种结合振动检测试验和弹性模量检测算法对两对边简支的足尺胶合板两个主要方向的弹性模量进行同步无损检测的方法。首先,应用有限元软件 COMSOL Multiphysics 对两对边简支的足尺胶合板进行模态灵敏度分析,确定了分别对足尺胶合板两个主要方向弹性模量最灵敏的模态,并基于足尺胶合板所需模态频率和对应弹性模量间

的数学关系,建立弹性模量检测算法在对两对边简支足尺胶合板通过试验模态分析确定所需模态阶次的基础上,采用提出的振动检测试验法将足尺胶合板所需模态的频率提取出来,并带入到编写的弹性模量检测算法中,获得足尺胶合板两个主要方向的动态弹性模量;最后,运用三点弯曲静态试验检测得出足尺胶合板两个主要方向的静态弹性模量,通过动静弹性模量的对比分析以验证上述方法的可行性,从而为足尺胶合板两个主要方向弹性模量的快速无损检测提供一种新方法。

## 1 两对边简支板材振动的基础理论

本研究中足尺胶合板的横向自由振动满足以下假设:足尺胶合板被假定为正交各向异性的均匀材料,且其在横向载荷下产生小挠度变形,并忽略剪切变形和旋转惯量的影响。

基于上述假定,足尺胶合板横向自由振动的控制微分方程如下<sup>[6]</sup>:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2(D_1 + 2D_{xy}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

式中: $D_x$ 为足尺胶合板长度方向的弯曲刚度, $D_x = E_x h^3 / [12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})]$ ,其中 $E_x$ 为足尺胶合板长度方向的弹性模量, $\nu_{xy}$ 和 $\nu_{yx}$ 为足尺胶合板的泊松比,

$$f_{(m,n)} = \frac{\pi^2}{ab} \sqrt{\frac{H}{\rho h}} \sqrt{\frac{C_{(m,n)} + c^2 C_{(m,n+2)} + d^2 C_{(m+2,n)} - 2cO_{(m,n)} - 2dO_{(n,m)} + 2cdQ}{1 + c^2 + d^2}} \quad (2)$$

式中: $H = D_1 + 2D_{xy}$ ; $a$ 和 $b$ 分别为足尺胶合板的长度和宽度; $f_{(m,n)}$ 为模态 $(m,n)$ 的固有频率, $m$ 和 $n$ 分别代表包括简支边在内的每个模态振型宽度和长度方向上的节线数目; $C_{(m,n)}$ , $O_{(m,n)}$ 和 $Q$ 均为与模态 $(m,n)$ 相关的参数; $O_{(n,m)}$ 为与模态 $(n,m)$ 相关的参数; $C_{(m,n+2)}$ 和 $C_{(m+2,n)}$ 分别为与模态 $(m,n+2)$ 和 $(m+2,n)$ 相关的参数; $c$ 和 $d$ 为与模态 $(m,n)$ 、 $(n,m)$ 、 $(m,n+2)$ 和 $(m+2,n)$ 均相关的参数。上述参数的计算表达式分别如下文所示。

$$C_{(m,n)} = (D_x/H)P_m^4(b^2/a^2) + (D_y/H)P_n^4(a^2/b^2) + 2[I_m I_n + 2(D_{xy}/H)(J_m J_n - I_m I_n)] \quad (3)$$

式中: $P$ , $I$ 和 $J$ 均为与足尺胶合板的模态振型相关的系数,具体取值见表1。

$$C_{(m,n+2)} = (D_x/H)P_m^4(b^2/a^2) + (D_y/H)P_{(n+2)}^4(a^2/b^2) + 2[I_m I_{(n+2)} + 2(D_{xy}/H)(J_m J_{(n+2)} - I_m I_{(n+2)})] \quad (4)$$

$$C_{(m+2,n)} = (D_x/H)P_{(m+2)}^4(b^2/a^2) + (D_y/H)P_n^4(a^2/b^2) + 2[I_{(m+2)} I_n + 2(D_{xy}/H)(J_{(m+2)} J_n - I_{(m+2)} I_n)] \quad (5)$$

$$O_{(m,n)} = I_m(K_n + L_n)[2(D_{xy}/H) - 1] + 4(D_{xy}/H)J_m M_n \quad (6)$$

式中: $K$ , $L$ 和 $M$ 均为与足尺胶合板的模态振型相关

$1 - \nu_{xy}\nu_{yx}$ 的取值为0.99<sup>[6]</sup>; $D_y$ 为足尺胶合板宽度方向的弯曲刚度, $D_y = E_y h^3 / [12(1 - \nu_{xy}\nu_{yx})]$ ,其中 $E_y$ 为足尺胶合板宽度方向的弹性模量; $D_1$ 为折算刚度, $D_1 = D_x\nu_{yx} = D_y\nu_{xy}$ ; $D_{xy}$ 为抗扭刚度, $D_{xy} = G_{xy}h^3/12$ ,其中 $G_{xy}$ 为足尺胶合板 $x$ - $y$ 平面内的剪切模量; $w$ 即 $w(x, y, t)$ 为足尺胶合板的挠度函数; $h$ 和 $\rho$ 分别为足尺胶合板的厚度和密度。

两对边简支的足尺胶合板,即将足尺胶合板在其两条短边处简支支承,两条长边自由,如图1所示。

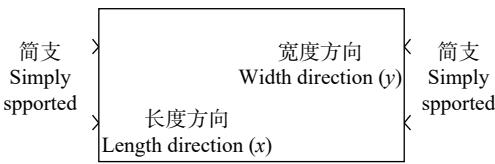


图1 足尺胶合板两对边简支

Fig. 1 Full-size plywood panel simply supported on two opposite sides

虽然已有研究者推导出了两对边简支板材自由振动控制微分方程的解析解,但因涉及到超越方程,所以无法得出此边界条件下板材自由振动的固有频率表达式<sup>[7]</sup>。因此,本文参照文献[8]基于瑞利法求解两对边简支足尺胶合板的振动控制微分方程,得到其固有频率解的近似表达式如下:

的系数,具体取值见表1。

$$O_{(n,m)} = I_n(K_m + L_m)[2(D_{xy}/H) - 1] + 4(D_{xy}/H)J_n M_m \quad (7)$$

$$Q = -(K_m K_n + L_m L_n)[2(D_{xy}/H) - 1] + 4(D_{xy}/H)M_m M_n \quad (8)$$

$$c = (C_{(m+2,n)} O_{(m,n)} - O_{(n,m)} Q) / (C_{(m,n+2)} C_{(m+2,n)} - Q^2) \quad (9)$$

$$d = (C_{(m,n+2)} O_{(n,m)} - O_{(m,n)} Q) / (C_{(m,n+2)} C_{(m+2,n)} - Q^2) \quad (10)$$

参照相关文献[8],式(3)~(8)中包含的部分相关系数取值如表1所示。

## 2 两对边简支足尺胶合板的模态灵敏度分析

板材在自由振动情况下,会有频率不同的多种模态同时出现<sup>[9]</sup>;将频率由低向高进行排序和编号后,相对应的模态称为第几阶模态。板材在不同边界条件下,其自由振动的模态是不同的<sup>[3-5,10]</sup>。另外,板材不同阶次的模态会与其特定弹性模量更相关<sup>[10-12]</sup>,因此从某一弹性模量检测的角度讲,应当利用与该弹性模量密切相关的模态去检测。找到与板材某一弹性模量密切相关的模态的过程,被称为板材的模

表 1 固有频率表达式中的系数值

Tab. 1 Coefficient values of the natural frequency expression

系数 Coefficient	宽度方向 Width direction		长度方向 Length direction	
	取值 Value $m = 2$	系数 Coefficient	取值 Value $n = 0$	取值 Value $n = 2$
$P_m$	1	$P_n$	0	1.506
$I_m$	1	$I_n$	0	1.247
$J_m$	1	$J_n$	0	5.013
$K_m$	0	$K_n$	1.883	5.328
$L_m$	0	$L_n$	0	0.182
$M_m$	0	$M_n$	0	3.584
$P_{(m+2)}$	3	$P_{(n+2)}$	1.506	3.500
$I_{(m+2)}$	9	$I_{(n+2)}$	1.247	10.022
$J_{(m+2)}$	9	$J_{(n+2)}$	5.013	18.935
$K_{(m+2)}$	0	$K_{(n+2)}$	5.328	6.092
$L_{(m+2)}$	0	$L_{(n+2)}$	0.182	0.999
$M_{(m+2)}$	0	$M_{(n+2)}$	3.584	7.914

注:  $P$ 、 $I$ 、 $J$ 、 $K$ 、 $L$  和  $M$  均为与足尺胶合板的模态振型相关的系数, 其取值引自参考文献[8]。Notes:  $P$ ,  $I$ ,  $J$ ,  $K$ ,  $L$  and  $M$  are the coefficients related to mode shapes of full-size plywood panel, and the values of these coefficients are cited from reference [8]。

态灵敏度分析<sup>[10]</sup>。

管成等<sup>[5]</sup>研究表明: 同种边界条件下包括足尺胶合板在内的人造板的厚度对其两个主要方向弹性模量的模态灵敏度分析结果没有影响。因此, 本研究首先利用有限元软件 COMSOL Multiphysics, 对两对边简支且厚度为 18 mm 的足尺胶合板的振动模态进行了模拟计算。在该有限元软件中选择结构力学模块中的张量混合插值类型板单元, 令板材的长度、宽度和厚度方向分别为  $X$  轴、 $Y$  轴和  $Z$  轴, 并对应输入板材的长度(2 400 mm)、宽度(1 221 mm)和厚度值(18 mm), 对足尺胶合板进行建模。弹性模量、剪切模量、泊松比、密度等板材基本物理力学性能参数, 根据参考文献 [10,13–14] 查到的足尺胶合板的相关值(表 2)输入。计算求得两对边简支且厚

度为 18 mm 的足尺胶合板自由振动的前 9 阶模态振型(图 2), 将足尺胶合板前 9 阶计算模态按照频率由低到高进行排序, 其频率分别是 4.1、8.6、16.5、22.3、37.0、43.2、45.9、55.4 和 72.9 Hz。

在得到两对边简支足尺胶合板自由振动的前 9 阶计算模态参数后, 以此结果为基础, 继续利用该有限元软件进行模态灵敏度分析。本研究以同步检测足尺胶合板长度方向弹性模量  $E_x$  和宽度方向弹性模量  $E_y$  为目标, 重点分析并找到与这两个弹性模量密切相关的模态。模态灵敏度的计算公式如下:

$$\Delta S = |f_1 - f_0|/f_0 \quad (11)$$

式中:  $\Delta S$  表示模态灵敏度,  $f_0$  表示输入足尺胶合板的初始参数后计算得到的每个模态对应的固有频率,  $f_1$  表示将  $E_x$  和  $E_y$  中单个弹性模量减少 10% 后计算得到的每个模态对应的固有频率。

两对边简支的足尺胶合板自由振动前 9 阶模态对  $E_x$  和  $E_y$  这两个弹性模量的模态灵敏度分析结果如图 3 所示。从图 3 中可以看出: 模态( $m, 0$ )和( $m, 1$ )( $m \geq 2$ )对  $E_x$  灵敏, 且随着  $m$  的增大, 灵敏度分别逐渐减小和迅速增大, 其中第 1 阶模态(2, 0)对  $E_x$  的灵敏度最高; 模态( $m, 2$ )( $m \geq 2$ )对  $E_y$  灵敏, 且随着  $m$  的增大, 灵敏度迅速减小, 其中第 7 阶模态(2, 2)对  $E_y$  的灵敏度最高。因此分别选择足尺胶合板第 1 阶模态(2, 0)和第 7 阶模态(2, 2)的固有频率计算  $E_x$  和  $E_y$ 。

### 3 弹性模量振动检测算法

参照文献 [15], 本研究提出了一种适用于两对边简支足尺胶合板的两个主要方向弹性模量的振动检测算法。该弹性模量检测算法的基本原理是在已知足尺胶合板的基本参数、弹性模量初始值和对应模态实测频率的情况下, 通过减小实测模态频率和计算模态频率间的相对偏差, 进行弹性模量的迭代, 以获得更精确的弹性模量值。该弹性模量检测算法程序采用 MATLAB 软件编写。

表 2 两对边简支的足尺胶合板计算模态分析的初始参数

Tab. 2 Initial parameters for calculated mode analysis of full-size plywood panels simply supported on two opposite sides

板材种类 Panel type	弹性模量 Modulus of elasticity (MOE)/MPa		剪切模量 Shear modulus/MPa			泊松比 Poisson's ratio ( $\nu_{xy}$ )	密度 Density/(kg·m <sup>-3</sup> )	尺寸 Dimension
	$E_x$	$E_y$	$G_{xy}$	$G_{yz}$	$G_{xz}$			
胶合板 Plywood	5 200	6 950	950	170	220	0.039	574	2 440 mm × 1 221 mm × 18 mm

注: 表中数据引自参考文献[10]、[13]和[14]。 $E_x$  和  $E_y$  分别为足尺胶合板长度和宽度方向的弹性模量,  $G_{xy}$ 、 $G_{yz}$  和  $G_{xz}$  分别为足尺胶合板  $x$ - $y$ 、 $y$ - $z$  和  $x$ - $z$  平面内的剪切模量。下同。Notes: data in the table are cited from reference [10], [13] and [14].  $E_x$  and  $E_y$  represent the MOE in length and width directions of full-size plywood panel, respectively.  $G_{xy}$ ,  $G_{yz}$  and  $G_{xz}$  represent the shear modulus in the  $x$ - $y$ ,  $y$ - $z$  and  $x$ - $z$  planes of full-size plywood panels, respectively. Same as below.

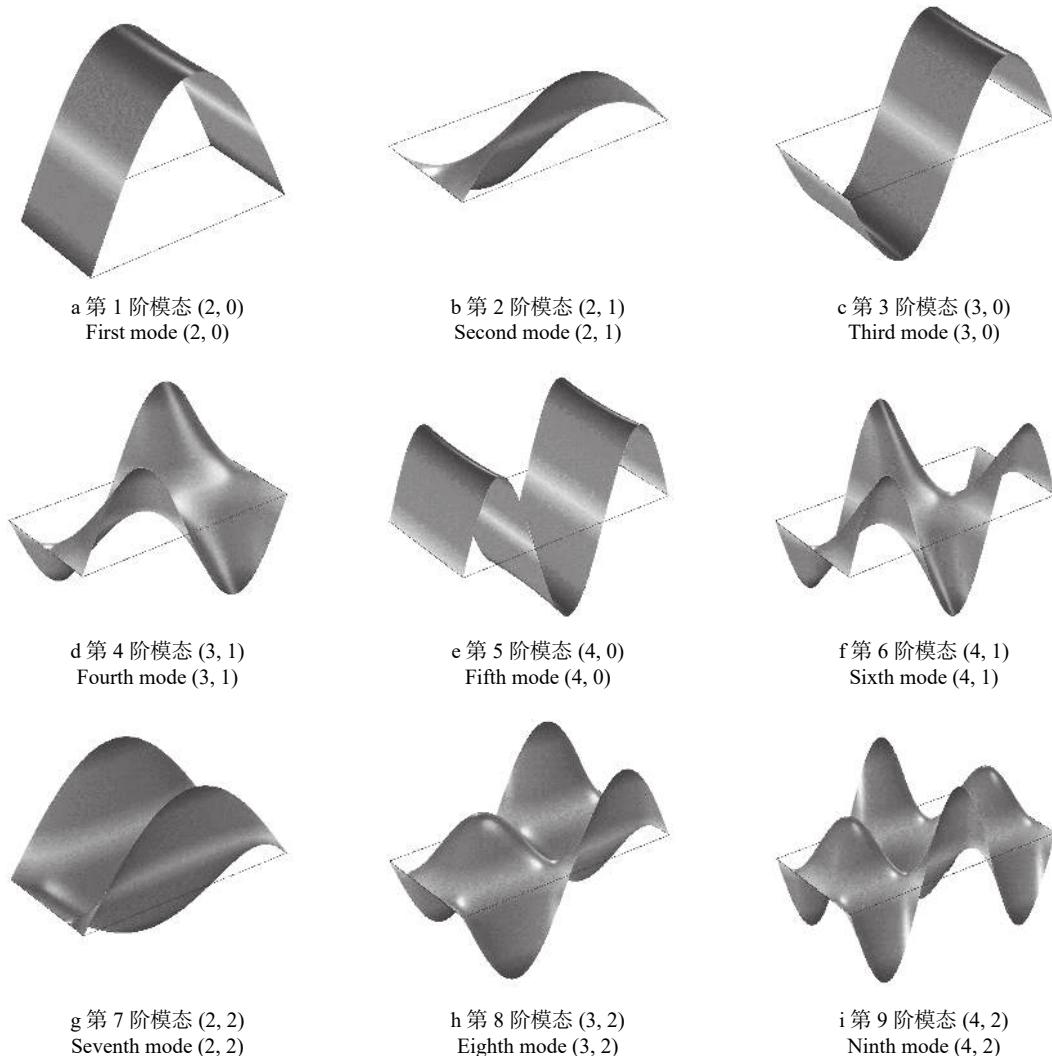


图2 两对边简支的足尺胶合板的前9阶计算模态振型图

Fig. 2 Diagrams of the first nine calculated mode shapes of full-size plywood panels simply supported on two opposite sides

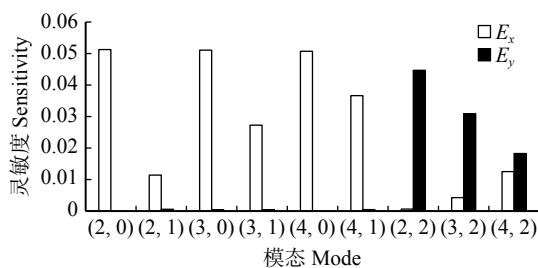


图3 两对边简支足尺胶合板前9阶模态对弹性模量的灵敏度分析结果

Fig. 3 Sensitivity analysis results of the first nine modes to MOE of full-size plywood panels simply supported on two opposite sides

弹性模量振动检测算法的流程如图4所示,其中 $f^e$ 和 $f^c$ 分别代表实测模态频率和计算模态频率。该算法的具体工作内容和流程如下:

(1)测量足尺胶合板的第1阶模态(2, 0)和第7阶模态(2, 2)的频率;

(2)利用式(12)<sup>[16]</sup>和式(13)<sup>[17]</sup>分别计算足尺胶合板两个主要方向的弹性模量 $E_x$ 和 $E_y$ 的初始值。

$$E_{x0} = \frac{48(1 - v_{xy}v_{yx})a^4(f_{(2,0)}^e)^2\rho}{\pi^2h^2} \quad (12)$$

式中: $E_{x0}$ 为足尺胶合板长度方向弹性模量 $E_x$ 的初始值, $f_{(2,0)}^e$ 为第1阶模态(2, 0)的实测频率。

$$E_{y0} = E_{x0} \frac{v_{yx}}{v_{xy}} \quad (13)$$

式中: $E_{y0}$ 为足尺胶合板宽度方向弹性模量 $E_y$ 的初始值。

(3)运用式(2)得出模态(2, 0)和(2, 2)的计算频率;

(4)分别计算每个模态的实测频率和计算频率间的相对偏差,如果相对偏差大于0.1%,则将对应弹性模量值进行调整(增大或减小0.1%);如果相对偏差小于或等于0.1%,则保持对应弹性模量值不变。得到一组新的弹性模量值,重复步骤(3);

(5)直到这两个模态的实测频率和计算频率间的相对偏差均小于0.1%时,停止迭代,并输出足尺

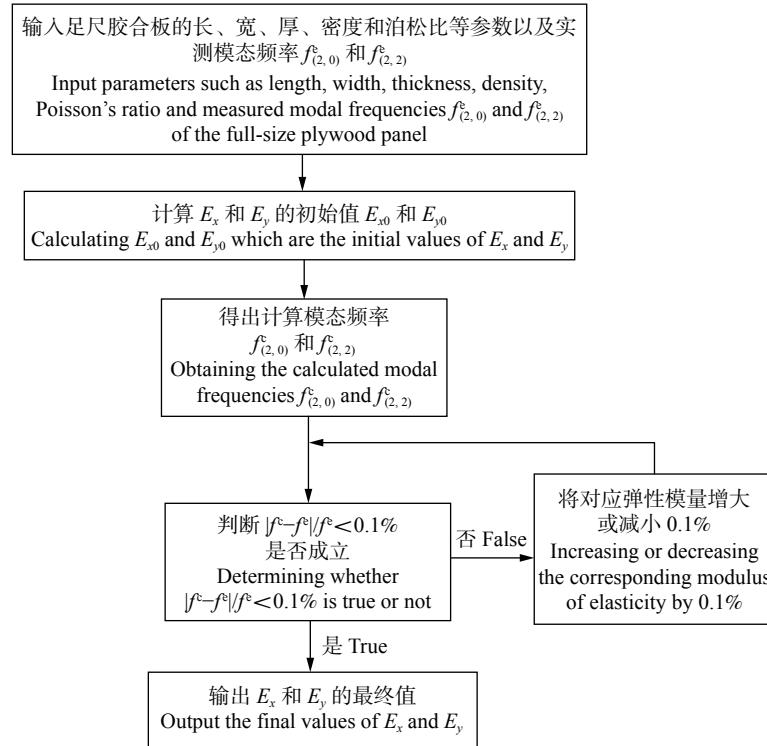


图 4 两对边简支足尺胶合板弹性模量的振动检测算法程序流程图

Fig. 4 Flowchart of vibration detection algorithm for MOE of the full-size plywood panels simply supported on two opposite sides

胶合板  $E_x$  和  $E_y$  的最终值。

基于上述两对边简支板材振动基础理论、模态灵敏度分析结果以及弹性模量振动检测算法, 已知足尺胶合板几何尺寸、密度、泊松比和其在两对边简支边界条件下的自由振动模态(2, 0)和(2, 2)的固有频率后, 即可得到足尺胶合板两个主要方向的动态弹性模量值。因此, 首先需要对两对边简支足尺胶合板进行试验模态分析, 测得其自由振动的前9阶模态参数(包括模态振型及其频率), 验证前面计算模态所确定的模态(2, 0)和(2, 2)的阶次, 进而可以建立弹性模量振动检测试验方法, 获得这两阶模态的固有频率, 结合弹性模量振动检测算法, 从而检测出足尺胶合板长度和宽度方向的动态弹性模量。

## 4 材料与方法

### 4.1 材 料

本研究所用足尺胶合板, 由山东鲁丽集团有限公司提供, 用杨木(*Populus spp.*)单板使用脲醛树脂胶合制成。包括4个厚度, 每个厚度有5张板, 共20张板材, 平均含水率为6%, 具体尺寸等参数如表3所示。表中字母缩写PW代表胶合板, PW后的数字代表板材的标称厚度, 平均密度是所有相同厚度的足尺胶合板的质量除以其体积获得的密度的平均值。

### 4.2 足尺胶合板试验模态分析方法

采用丹麦B&K公司开发的3560C型PULSE

表3 被测足尺胶合板的基本参数

Tab. 3 Basic parameters of the measured full-size plywood panels

板材 Panel	板材尺寸 Panel dimension	平均密度 Average density/(kg·m <sup>-3</sup> )
PW12	2 441 mm × 1 221 mm × 12 mm	541
PW15	2 440 mm × 1 221 mm × 15 mm	534
PW18	2 441 mm × 1 222 mm × 18 mm	532
PW20	2 440 mm × 1 221 mm × 20 mm	524

注: PW12、PW15、PW18和PW20分别代表标称厚度为12、15、18和20 mm的胶合板。Notes: PW12, PW15, PW18 and PW20 represent the full-size plywood panels with nominal thickness of 12, 15, 18 and 20 mm, respectively.

振动测试系统对被测足尺胶合板进行试验模态分析, 2302-10型脉冲锤用于激振, 4507-B-004型加速度传感器用于拾振。

两对边简支足尺胶合板的模态参数振动检测装置如图5所示。首先, 在被测足尺胶合板上划分出8×4的网格, 将网格线之间的交点以及网格线与板材边界线之间的交点, 共45个点, 作为激振点, 如图5中的黑色实心点所示; 接着, 将被测足尺胶合板在两条短对边处用不锈钢钢管支承, 实现两对边简支边界条件, 在板材一侧长边的7/12处布置一个加速度传感器, 此位置不在足尺胶合板自由振动前9阶模态振型的节线上<sup>[15]</sup>; 然后, 使用脉冲锤对所有激振点逐个进行激振, 同时加速度传感器拾取足尺

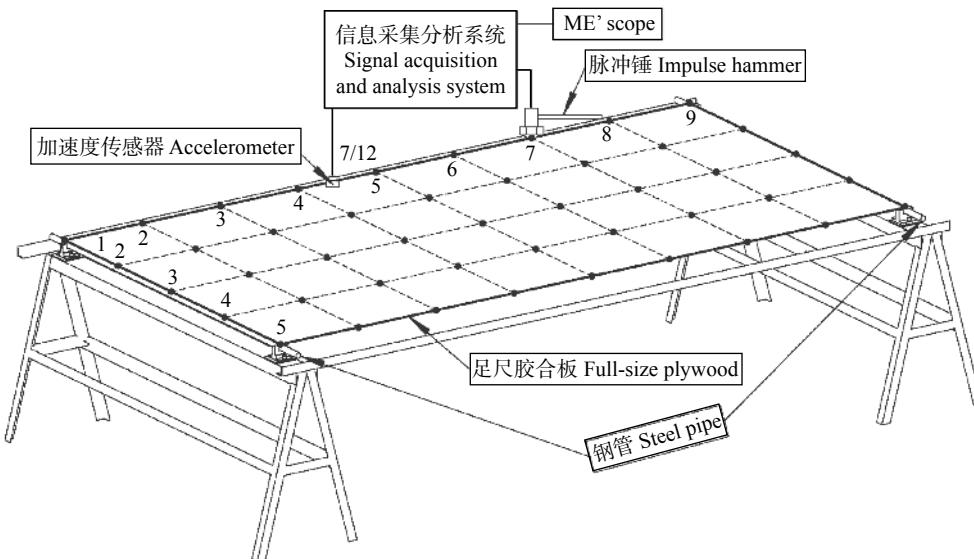


图 5 两对边简支足尺胶合板的模态参数振动检测装置图

Fig. 5 Diagram of vibration detection equipment for modal parameters of the full-size plywood panel simply supported on two opposite sides

胶合板的振动信号。信号采集分析系统采集激振和拾振信号并得出所有激振点的频率响应函数后，将其导入到 ME' scope 后处理软件中，得到两对边简支足尺胶合板自由振动的前 9 阶试验模态参数。

#### 4.3 足尺胶合板弹性模量振动检测试验方法

试验模态分析耗时长，操作相对繁琐，为了实现足尺胶合板弹性模量的在线快速检测，在利用试验模态分析确定用于计算两对边简支足尺胶合板的两个主要方向弹性模量所需模态阶次的基础上，本研究提出了一种足尺胶合板弹性模量振动检测试验方法，即根据两对边简支足尺胶合板特定激振点的频率响应函数幅值信号的峰值分布，提取所需的试验模态频率，并将其带入弹性模量检测算法中得到被测足尺胶合板长度和宽度方向的动态弹性模量值。

采用上述试验模态分析方法中使用的设备和检测装置，足尺胶合板的支承方式及加速度传感器的布置位置也保持不变。但此时的激振点数目减少为 1 个，即将足尺胶合板布置有加速度传感器的同侧长边，且距加速度传感器较远的 1/4 处作为激振点，如图 5 中板材一侧长边的编号为 7 的黑色实心点所示。信号采集分析系统采集此激振点的激振和拾振信号后，得出其频率响应函数的幅值信号，如图 6 所示。通过观察其峰值情况，将第 1 个峰值和第 7 个峰值对应的频率即模态(2, 0)和(2, 2)的固有频率提取出来。最后将模态(2, 0)和(2, 2)的固有频率代入到前面的足尺胶合板弹性模量检测算法中，得到被测足尺胶合板长度和宽度方向的动态弹性模量值。

#### 4.4 足尺胶合板弹性模量静态检测试验方法

为验证运用弹性模量振动检测试验方法测试足尺胶合板两个主要方向弹性模量的可行性，本节按

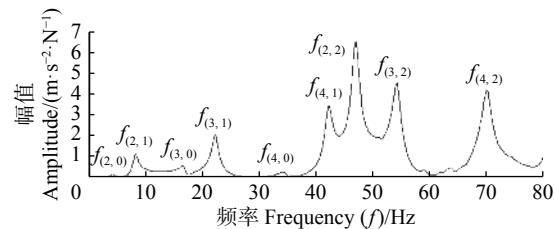


图 6 激振点的频率响应函数幅值图

Fig. 6 Amplitude diagram of frequency response function of excitation point

照 GB/T 9846—2015《普通胶合板》<sup>[18]</sup>从每块足尺胶合板的长度和宽度方向各裁下 6 个标准小试件进行弹性模量静态检测试验，小试件的长度和宽度分别为 550 和 50 mm。按照 GB/T 17657—2013《人造板及饰面人造板理化性能试验方法》<sup>[19]</sup>，使用深圳瑞格尔仪器有限公司生产的万能力学试验机，进行小试件的三点弯曲试验测量其静态弹性模量。其中，厚度为 12、15、18 和 20 mm 的标准小试件的支承跨度分别为 240、300、400 和 400 mm。将每块足尺胶合板同一方向的 6 个小试件弹性模量的平均值作为其在该方向的静态弹性模量。

## 5 结果与分析

### 5.1 模态试验结果分析

通过试验模态分析测得的两对边简支的 4 种厚度足尺胶合板自由振动的前 9 阶模态的参数如表 4 所示。由表 4 可知：在两对边简支边界条件下，足尺胶合板的厚度变化对其自由振动的前 9 阶模态的振型及其阶次排序没有影响，且同一阶模态对应的频率随着板材厚度的增加而增大，两者之间成正相关；两对边简支足尺胶合板的前 9 阶模态，按照阶次由

表 4 两对边简支足尺胶合板的前 9 阶模态参数

Tab. 4 The first nine mode parameters of full-size plywood panels simply supported on two opposite sides Hz

阶次 Order	PW12	PW15	PW18	PW20	振型 Vibration mode
1	3.1	3.6	4.3	4.5	(2, 0)
2	6.4	7.5	9.1	9.4	(2, 1)
3	11.3	13.8	16.7	17.2	(3, 0)
4	15.3	17.3	22.2	24.6	(3, 1)
5	24.8	30.2	34.0	35.0	(4, 0)
6	29.8	34.6	42.2	43.0	(4, 1)
7	31.0	38.2	46.7	49.0	(2, 2)
8	35.2	43.2	54.3	56.5	(3, 2)
9	48.5	57.0	70.0	71.0	(4, 2)

低到高分别为模态(2, 0)、(2, 1)、(3, 0)、(3, 1)、(4, 0)、(4, 1)、(2, 2)、(3, 2)和(4, 2)。其中, 第1、3和5阶模态振型分别为沿长度方向有2、3和4条节线的纯弯曲, 第2、4和6阶模态振型分别为沿长度方向有2、3和4条节线的弯曲和扭转的叠加, 第7、8和9阶模态振型分别为沿宽度方向有2条节线, 长度方向有2、3和4条节线的两个方向弯曲的叠加, 即除第1、3和5阶模态外, 足尺胶合板的前9阶模态中的其他模态均为单一方向的弯曲和扭转或不同方向的弯曲叠加形成的耦合模态。另外, 两对边简支边界条件下的4种厚度足尺胶合板, 用于计算其长度和宽度方向弹性模量的频率对应模态(2, 0)和

模态(2, 2)的阶次都是第1阶和第7阶, 为本研究中足尺胶合板弹性模量振动检测试验方法测试这两阶模态的频率提供了指导。

以18 mm厚度的足尺胶合板为例, 其在两对边简支边界条件下自由振动的前9阶试验模态振型如图7所示。由图2和图7对比可知: 通过试验模态分析得到的两对边简支足尺胶合板自由振动的前9阶模态的振型和其阶次顺序与计算模态分析得到的结果是一致的。从模态振型的角度印证了这两种方法用于分析两对边简支的足尺胶合板前9阶模态的可行性, 也说明了通过计算模态分析方法确定的两对边简支足尺胶合板的模态灵敏度分析的结果是正确的。

## 5.2 足尺胶合板动态弹性模量与其振动模态的频率、密度和厚度间的关系

本研究选择的4种厚度的足尺胶合板的平均密度在524~541 kg/m<sup>3</sup>之间, 并且在板材弹性模量的理论计算中考虑了密度和厚度的影响, 式(10)显示: 足尺胶合板弹性模量与板材密度成正比, 与板材厚度的平方成反比。故通过分别分析 $\rho/h^2$ 与足尺胶合板长度和宽度方向的动态弹性模量( $E_x^d$ 和 $E_y^d$ )之间的关系, 来评价足尺胶合板的密度和厚度对其弹性模量的综合影响。运用振动法测得的4种厚度的足尺胶合板的两个主要方向弹性模量平均值与板材厚度和密度平均值间的关系如图8所示。从图8中可以看出: 随着 $\rho/h^2$ 值的增大, 足尺胶合板长度方向的动态弹性模量 $E_x^d$ 先减小后增大, 宽度方向的动态弹

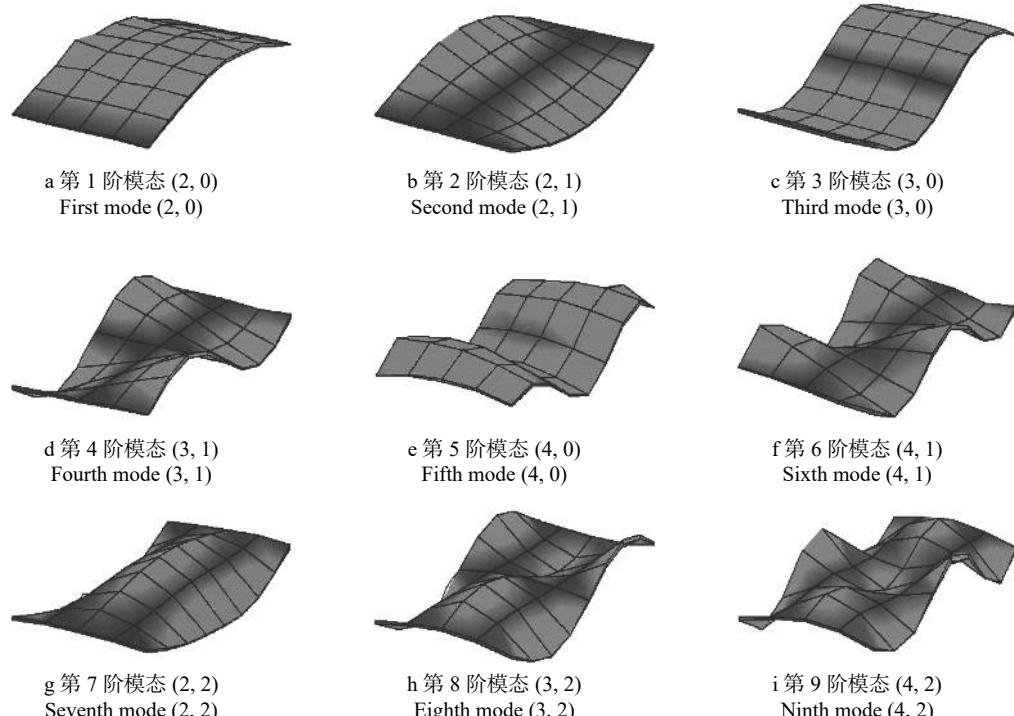
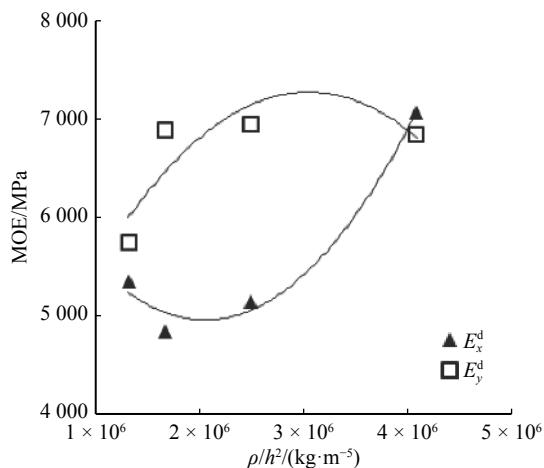


图7 两对边简支的足尺胶合板的前9阶模态振型图

Fig. 7 The first nine mode shapes of full-size plywood panels simply supported on two opposite sides



$E_x^d$  和  $E_y^d$  分别为足尺胶合板的长度和宽度方向的动态弹性模量,  $h$  为板材厚度,  $\rho$  为板材密度。 $E_x^d$  and  $E_y^d$  represent the dynamic MOE in length and width directions of full-size plywood panel, respectively.  $h$  is thickness, and  $\rho$  is density of the panel.

图 8 运用振动法测得的足尺胶合板两个方向

弹性模量与  $\rho/h^2$  间的关系

Fig. 8 Relationship between MOE values in both directions of full-size plywood panels obtained from vibration method and  $\rho/h^2$

性模量  $E_y^d$  先增大后减小。因足尺胶合板的动态弹性模量还受到板材尺寸和相对应模态的固有频率的影响, 而本研究中板材的长度和宽度尺寸基本保持不变, 故此处也综合分析了足尺胶合板每个方向的动态弹性模量与其对应振动模态的频率(长度方向弹性模量对应的模态(2, 0)的频率和宽度方向弹性模量对应的模态(2, 2)的频率)、密度和厚度间的关系。通过散点图获得4种厚度的足尺胶合板的两个主要方向的动态弹性模量与其对应振动模态的频率、密度和厚度间的关系如图9所示。从图9中可以看出:无论足尺胶合板长度方向还是宽度方向的

弹性模量与其对应振动模态的频率、密度和厚度这3个参数形成的综合参数( $f^2\rho/h^2$ )均具有良好的线性相关性, 决定系数分别为0.999和0.931。

### 5.3 足尺胶合板弹性模量的动静态检测结果对比

4种厚度的足尺胶合板运用振动法和静态法测得的两个主要方向弹性模量结果如表5所示。由表5可知:除12 mm厚的足尺胶合板外, 其余厚度的足尺胶合板长度方向的动态弹性模量( $E_x^d$ )均小于宽度方向的动态弹性模量( $E_y^d$ ), 而所有厚度的足尺胶合板长度方向的静态弹性模量( $E_x^s$ )均小于宽度方向的静态弹性模量( $E_y^s$ ), 且足尺胶合板长度和宽度方向的动态弹性模量均大于其静态弹性模量。其中, 4种厚度的足尺胶合板,  $E_x^d$  和  $E_x^s$  间的相对偏差分别为20.4%、11.4%、10.6%和6.3%, 总体相对偏差为12.2%;  $E_y^d$  和  $E_y^s$  间的相对偏差分别为14.7%、11.0%、4.0%和2.0%, 总体相对偏差为7.9%。随着厚度的增加, 足尺胶合板  $E_x^d$  和  $E_x^s$  间及  $E_y^d$  和  $E_y^s$  间的相对偏差均逐渐减小。足尺胶合板两个方向的动态弹性模量均大于其静态弹性模量, 可能的原因如下:足尺胶合板在振动检测试验过程中的变形是瞬时完成的, 其速度远快于三点弯曲试验中的对小试件进行加载的速度。且Bos等研究表明<sup>[4]</sup>在静态慢速加载时, 板材本身的黏弹性尤其是胶黏剂的黏弹性对胶合板弹性模量的检测会产生较大影响, 从而导致静态三点弯曲试验测得的弹性模量数值偏小;另外, McLain等<sup>[20]</sup>的研究表明板材局部缺陷(如局部胶层不连续, 节子和空洞的存在等)在振动测试中的影响会被削弱, 而在小试件三点弯曲试验中的影响则容易增强, 导致测得的静态弹性模量值偏小。

同时, 振动法与静态法测得的4种厚度足尺胶

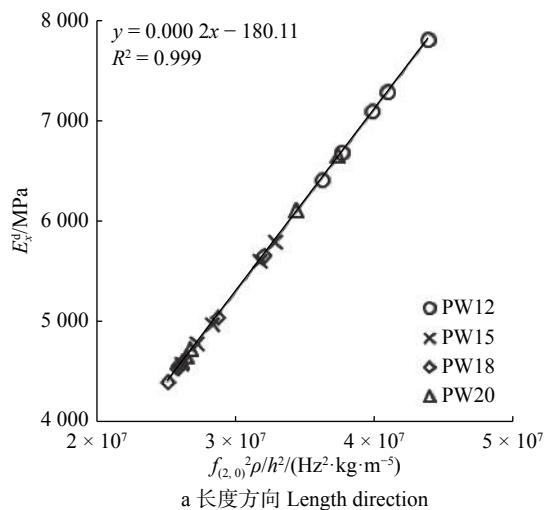


图9 运用振动法测得的足尺胶合板两个方向弹性模量与其对应振动模态的  $f^2\rho/h^2$  间的关系

Fig. 9 Relationship between MOE values in both directions of full-size plywood panels obtained from vibration method and  $f^2\rho/h^2$  of the corresponding modes

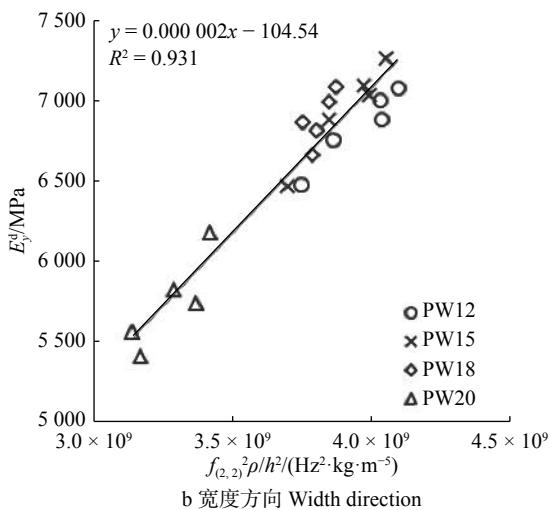


表 5 两种方法测得的足尺胶合板弹性模量结果

Tab. 5 Results for MOE values of full-size plywood panels measured by two methods

板材 Panel	MOE	振动法 Vibration method		静态法 Static method	
		$E_x^d$	$E_y^d$	$E_x^s$	$E_y^s$
PW12	平均值 Mean value/MPa	7 057	6 841	5 864	5 964
	标准偏差 Standard deviation/MPa	481	210	410	178
	变异系数 Coefficient of variation/%	6.8	3.1	7.0	3.0
	相对偏差 Relative deviation/%	20.4	14.7		
PW15	平均值 Mean value/MPa	5 151	6 954	4 625	6 262
	标准偏差 Standard deviation/MPa	470	267	360	211
	变异系数 Coefficient of variation/%	9.1	3.8	7.8	3.4
	相对偏差 Relative deviation/%	11.4	11.0		
PW18	平均值 Mean value/MPa	4 846	6 886	4 383	6 619
	标准偏差 Standard deviation/MPa	460	144	362	126
	变异系数 Coefficient of variation/%	9.5	2.1	8.3	1.9
	相对偏差 Relative deviation/%	10.6	4.0		
PW20	平均值 Mean value/MPa	5 358	5 755	5 041	5 644
	标准偏差 Standard deviation/MPa	863	260	733	270
	变异系数 Coefficient of variation/%	16.1	4.5	14.5	4.8
	相对偏差 Relative deviation/%	6.3	2.0		

注: 变异系数 = 标准偏差/平均值; 相对偏差 = (动态弹性模量 - 静态弹性模量)/静态弹性模量。Notes: coefficient of variation is the ratio of standard deviation to mean value; relative deviation is the ratio of difference between dynamic MOE and static MOE to the static MOE.

合板的长度和宽度方向弹性模量的变异系数分别在 6.0%~17.0% 和 2.0%~5.0% 之间, 说明同一厚度的足尺胶合板的力学性能存在不均匀性。另外, 变异系数随着足尺胶合板厚度的增加而增大, 出现这种情况可能是由于构成足尺胶合板的单板力学性能变异性较大导致的, 而随着厚度的增加, 即单板层数增加, 使胶合板力学性能的差异性更为显著。

#### 5.4 两种方法测得的足尺胶合板弹性模量的相关性分析

运用振动法和静态法测得的 4 种厚度足尺胶合板长度和宽度方向的弹性模量的关系如图 10 所示。从图 10 可以看到: 足尺胶合板的  $E_x^d$  与  $E_x^s$  间及  $E_y^d$  与  $E_y^s$  之间均具有显著的线性关系, 决定系数分别为 0.907 和 0.655。足尺胶合板长度方向的动静弹性模量之间的相关性非常显著, 在已有研究中双节线支承边界条件下测得的足尺胶合板的动静弹性模量之间也有类似的相关性<sup>[21]</sup>。足尺胶合板长度方向动、静态弹性模量之间的相关关系较好的原因之一可能是: 用于计算其长度方向弹性模量采用的是模态(2, 0)的频率, 该模态为沿长度方向的纯弯曲模态, 此模态仅对长度方向弹性模量灵敏度高且其模态频率与弹性模量之间的关系相对简单。而足尺胶合板宽度方向动、静态弹性模量之间的相关关系相对较差的原因可能是: 用于计算其宽度方向弹性模

量采用的是模态(2, 2)的频率, 该模态可以认为是模态(2, 0)和模态(0, 2)叠加而成的, 属于耦合模态, 非宽度方向单纯弯曲振动, 导致涉及多个弹性常数的耦合效应。为提高宽度方向动、静态弹性模量的相关系数, 在后续研究中将重点完善从模态(2, 2)中剔除模态(2, 0)影响的宽度方向动态弹性模量的计算方式。

利用 SPSS 软件对足尺胶合板每种厚度的弹性模量动态和静态检测数据及总体数据进行一元线性回归。足尺胶合板每种厚度的弹性模量动态和静态试验数据及总体数据的一元线性回归方程及相关参数如表 6 所示。从表 6 中可以看出: 分厚度进行回归分析时, 对  $E_x$  来说, 12、15 和 18 mm 厚度的足尺胶合板的  $E_x^d$  和  $E_x^s$  均在 0.05 水平显著相关; 20 mm 厚度的足尺胶合板的动态  $E_x^d$  和  $E_x^s$  在 0.001 水平显著相关, 且相关系数均在 0.9 以上。对  $E_y$  来说, 12 和 15 mm 厚度的足尺胶合板的  $E_y^d$  和  $E_y^s$  均在 0.05 水平显著相关, 18 mm 厚度的足尺胶合板的  $E_y^d$  和  $E_y^s$  在 0.01 水平显著相关, 20 mm 厚度的足尺胶合板的  $E_y^d$  和  $E_y^s$  在 0.001 水平显著相关, 且相关系数均在 0.8 以上。所有数据进行回归分析时,  $E_x^d$  和  $E_x^s$  及  $E_y^d$  和  $E_y^s$  均在 0.001 水平显著线性相关, 且相关系数均在 0.8 以上。

综上所述, 基于两对边简支振动和弹性模量振

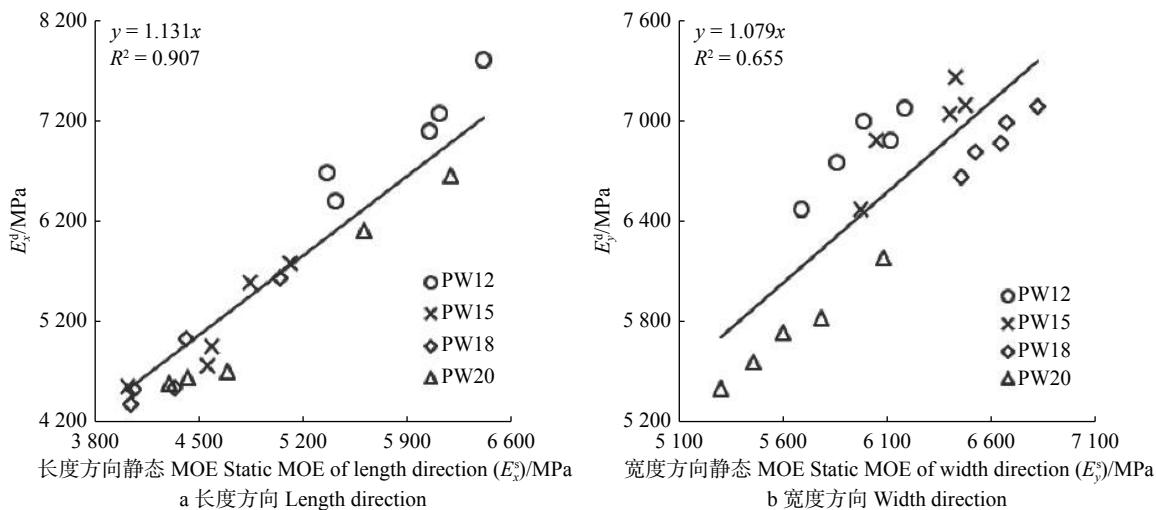


图 10 两种方法测得的足尺胶合板弹性模量间的关系

Fig. 10 Relationship between MOE results of full-size plywood panels measured by two methods

表 6 两种方法测得的足尺胶合板弹性模量的一元线性回归及相关参数

Tab. 6 One-dimensional linear regression and related parameters of MOE of full-size plywood panels measured by two methods

MOE	板材 Panel	数量 Number	$y = kx + r$		相关系数 Correlation coefficient	F值 F value	显著性 Significance
			k	r			
$E_x$	PW12	5	0.812	134.225	0.952	29.329	0.012
	PW15	5	0.704	996.482	0.921	16.733	0.026
	PW18	5	0.754	727.515	0.957	32.957	0.010
	PW20	5	0.841	534.570	0.991	157.710	0.001
	PW	20	0.691	1 107.289	0.965	246.123	0.000
$E_y$	PW12	5	0.771	690.256	0.911	14.635	0.031
	PW15	5	0.693	1 440.095	0.878	10.062	0.050
	PW18	5	0.839	842.478	0.961	36.134	0.009
	PW20	5	1.028	-272.761	0.993	206.327	0.001
	PW	20	0.616	2 052.229	0.809	34.185	0.000

注:  $y = kx + r$ , 式中  $x$  和  $y$  分别代表足尺胶合板的动态和静态弹性模量,  $k$  为回归系数,  $r$  为常数。Notes: in the formula  $y = kx + r$ ,  $x$  and  $y$  represent the dynamic and static MOE of full-size plywood panel, respectively,  $k$  is the regression coefficient and  $r$  is a constant.

动检测算法, 对足尺胶合板长度和宽度方向的弹性模量进行无损检测是可行的。

## 6 结 论

(1)两对边简支边界条件下, 通过计算模态分析和试验模态分析方法得到的足尺胶合板自由振动前9阶模态振型及其阶次顺序保持一致, 且厚度变化对足尺胶合板的前9阶模态的阶次排序没有影响, 而同一模态对应的频率与足尺胶合板的厚度成正相关。

(2)利用两对边简支振动检测试验测得的足尺胶合板的第1阶和第7阶振动模态频率及弹性模量检测算法, 可以同步获得被测足尺胶合板的长度和宽度这两个主要方向的弹性模量  $E_x$  和  $E_y$ 。

(3)对比振动检测试验和静态试验结果发现, 两对边简支振动测得的足尺胶合板的动态  $E_x^d$  和  $E_y^d$  值

均大于标准静态试验测得的静态  $E_x^s$  和  $E_y^s$  值, 且同一厚度的足尺胶合板的力学性能存在不均匀性。

(4)足尺胶合板的  $E_x^d$  与  $E_x^s$  间及  $E_y^d$  与  $E_y^s$  之间均具有显著的线性关系, 决定系数分别为 0.907 和 0.655, 证明基于两对边简支振动和弹性模量振动检测试验测得足尺胶合板两个主要方向的弹性模量是可行的。

## 参 考 文 献

- [1] 张厚江, 管成, 文剑. 木质材料无损检测的应用与研究进展[J]. 林业工程学报, 2016, 1(6): 1-9.  
Zhang H J, Guan C, Wen J. Applications and research development of nondestructive testing of wood based materials[J]. Journal of Forestry Engineering, 2016, 1(6): 1-9.
- [2] 管成, 刘晋浩, 张厚江, 等. 足尺人造板力学性能无损检测研究进展[J]. 北京林业大学学报, 2019, 41(9): 164-172.

- Guan C, Liu J H, Zhang H J, et al. Literature review of mechanical properties of full-size wood composite panels using nondestructive testing technique[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2019, 41(9): 164–172.
- [3] Sobue N, Katoh A. Simultaneous determination of orthotropic elastic-constants of standard full-size plywood by vibration method[J]. Mokuzai Gakkaishi, 1992, 38(10): 895–902.
- [4] Bos F, Casagrande S B. On-line non-destructive evaluation and control of wood-based panels by vibration analysis[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 268(2): 403–412.
- [5] 管成, 张厚江, 苗虎, 等. 无损检测足尺人造板弹性模量和面内剪切模量[J]. 南京林业大学学报(自然科学版), 2017, 41(4): 153–159.
- Guan C, Zhang H J, Miao H, et al. Non-destructive determination of modulus of elasticity and in-plane shear modulus of full-size wood composite panels[J]. Journal of Nanjing Forestry University (Natural Science Edition), 2017, 41(4): 153–159.
- [6] Hearmon R F S. The fundamental frequency of vibration of rectangular wood and plywood plates[J]. *Proceedings of the Physical Society*, 1946, 58(1): 78–92.
- [7] Huffington N J, Hoppmann W H. On the transverse vibrations of rectangular orthotropic plates[J]. Journal of Applied Mechanics ASME, 1958, 25(2): 389–395.
- [8] Kim C S, Dickinson S M. Improved approximate expressions for the natural frequencies of isotropic and orthotropic rectangular plates[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1985, 103(1): 142–149.
- [9] 张厚江, 申世杰, 崔英颖, 等. 振动方式测定木材弹性模量[J]. 北京林业大学学报, 2005, 27(6): 91–94.
- Zhang H J, Shen S J, Cui Y Y, et al. Measuring elastic modulus of wood using vibration method[J]. Journal of Beijing Forestry University, 2005, 27(6): 91–94.
- [10] 管成. 面向力学性能评估的足尺人造板四节点支承振动检测研究[D]. 北京: 北京林业大学, 2018.
- Guan C. Evaluation of mechanical properties of full-size wood composite panels supported on four nodes using vibration methods[D]. Beijing: Beijing Forestry University, 2018.
- [11] 祖汉松. 足尺人造板力学性能无损检测样机总体设计与关键问题研究[D]. 北京: 北京林业大学, 2015.
- Zu H S. Overall design and key issues study of mechanical properties nondestructive testing prototype of the full-size wood composite panels[D]. Beijing: Beijing Forestry University, 2015.
- [12] Guan C, Zhang H J, Wang X P, et al. Experimental and theoretical modal analysis of full-sized wood composite panels supported on four nodes[J]. *Materials*, 2017, 10(6): 683.
- [13] Yoshihara H. Poisson's ratio of plywood measured by tension test[J]. Holzforschung, 2009, 63(5): 603–608.
- [14] Yoshihara H. Influence of the specimen depth to length ratio and lamination construction on Young's modulus and in-plane shear modulus of plywood measured by flexural vibration[J]. Bioresources, 2012, 7(1): 1337–1351.
- [15] Zhou J H, Chui Y H, Gong M, et al. Simultaneous measurement of elastic constants of full-size engineered wood-based panels by modal testing[J]. *Holzforschung*, 2016, 70(7): 673–682.
- [16] Leissa A W. Vibration of plates[M]. Washington: Scientific and Technical Information Division, National Aeronautics Space Administration, 1969.
- [17] 黄炎. 弹性薄板理论 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1992.
- Huang Y. Theory of elastic thin plate[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1992.
- [18] 全国人造板标准化技术委员会. 普通胶合板: GB/T 9846—2015 [S]. 北京: 中国标准出版社, 2015.
- National Technical Committee on Wood-based Panels Standardization of China. Plywood for general use: GB/T 9846—2015[S]. Beijing: Standards Press of China, 2015.
- [19] 全国人造板标准化技术委员会. 人造板及饰面人造板理化性能试验方法: GB/T 17657—2013[S]. 北京: 中国标准出版社, 2014.
- National Technical Committee on Wood-based Panels Standardization of China. Test methods of evaluating the properties of wood-based panels and surfaces decorated wood-based panels: GB/T 17657—2013[S]. Beijing: Standards Press of China, 2014.
- [20] McLain T E, Bodig J. Determination of elastic parameters of full-size wood composite boards[J]. Forest Products Journal, 1974, 24(4): 48–57.
- [21] 管成, 周卢婧, 张厚江, 等. 用振动方式测定足尺人造板弹性模量[J]. 浙江农林大学学报, 2016, 33(6): 1067–1072.
- Guan C, Zhou L J, Zhang H J, et al. Measuring modulus of elasticity of full-size wood composite panels using vibration method[J]. Journal of Zhejiang A&F University, 2016, 33(6): 1067–1072.

(责任编辑 吴娟  
责任编委 李文彬)