

基于非线性混合模型的落叶松木材管胞长度模拟

李耀翔<sup>1</sup>  姜立春<sup>2</sup>

(1 东北林业大学工程技术学院  2 东北林业大学林学院)

**摘要:**以黑龙江省七台河市林业局金沙林场9株人工落叶松6 825对早、晚材管胞长度样品数据为例,选择6个常用方程进行非线性回归分析,把拟合精度最高的Richards模型作为早、晚材管胞长度基础模型 $y = \beta_1 [1 - \exp(-\beta_2 x)]^{\beta_3} + \varepsilon$ 。基于Richards模型,利用非线性混合模型技术构建落叶松早、晚材管胞长度混合效应模型 $y_{ij} = (\beta_1 + b_{1i}) \{1 - \exp[-(\beta_2 + b_{2i})t]\}^{\beta_3 + b_{3i}} + \varepsilon_{ij}$ 。结果表明:当对早材管胞长度进行拟合时, $b_{1i}$ 、 $b_{2i}$ 、 $b_{3i}$ 同时作为随机参数时早材管胞长度模型拟合最好;当对晚材管胞长度进行拟合时, $b_{1i}$ 、 $b_{2i}$ 、 $b_{3i}$ 同时作为随机参数时晚材管胞长度模型拟合最好;一阶自回归模型AR(1)能够较好地表达树木内误差相关性;同时考虑随机效应和时间序列相关性结构能够提高落叶松早、晚材管胞长度混合模型的预测精度。

**关键词:**管胞长度;非线性混合模型;随机效应;相关性结构;落叶松

中图分类号:S781.3    文献标志码:A    文章编号:1000-1522(2013)03-0018-06

LI Yao-xiang<sup>1</sup>; JIANG Li-chun<sup>2</sup>. **Modeling wood tracheid length based on nonlinear mixed model for dahurian larch.** *Journal of Beijing Forestry University* (2013)35(1)18-23 [Ch,20 ref.]

1 College of Engineering and Technology, Northeast Forestry University, Harbin, 150040, P. R. China;  
2 College of Forestry, Northeast Forestry University, Harbin, 150040, P. R. China.

The sample data was based on 6 825 pairs of earlywood and latewood tracheid length samples of 9 trees from dahurian larch (*Larix gmelinii* Rupr.) plantations located in Qitaihe Forest Bureau in Heilongjiang Province, northeastern China. Six functions were selected using nonlinear regression analysis. The Richards model  $y = \beta_1 [1 - \exp(-\beta_2 x)]^{\beta_3} + \varepsilon$  was selected to model earlywood and latewood tracheid length based on goodness-of-fit statistics. Nonlinear mixed-effects modeling approach was used to build mixed-effects models of earlywood and latewood tracheid length based on Richards model  $y_{ij} = (\beta_1 + b_{1i}) \{1 - \exp[-(\beta_2 + b_{2i})t]\}^{\beta_3 + b_{3i}} + \varepsilon_{ij}$ . The results showed that Richards model with parameters  $b_{1i}$ ,  $b_{2i}$ ,  $b_{3i}$  as random effects showed the best performance for both earlywood and latewood tracheid length. Time series correlation structures AR(1) describe error correlation within tree well. Prediction precision of earlywood and latewood tracheid length mixed models could be improved through considering both random effects and time series correlation structures.

**Key words** tracheid length; nonlinear mixed model; random effect; correlation structure; dahurian larch

木材管胞特征,如管胞长度、管胞宽度、长宽比、壁腔比等形态特征,对于工业用材来说是非常重要的材性指标。这些指标反映了木材的物理、化学、力学等方面的性质,影响到木材的品质与利用<sup>[1]</sup>。在制浆造纸方面,木材管胞长度是公认的评价制浆造纸质量好坏的重要指标之一<sup>[2]</sup>。木材的管胞越长,造出的纸张耐破度、撕裂和拉伸强度等也越强<sup>[3]</sup>。国内外许多学者研究了木材管胞特征在种群、株内、株间、种源、家系及无性系间的变异<sup>[4-7]</sup>,立地条件和经营措施对木材管胞特征的影响<sup>[8-11]</sup>。研究结果表

收稿日期:2012-10-26  修回日期:2012-11-22  
基金项目:中央高校基本科研业务费专项(DL12DA01、DL12EB07-2)、国家自然科学基金项目(31170591)、黑龙江省自然科学基金项目(C201111)。  
第一作者:李耀翔,博士,副教授。主要研究方向:木材检测与材性改良。Email:yaoxiangli@nefu.edu.cn  地址:150040 黑龙江省哈尔滨市和兴路26号东北林业大学工程技术学院。  
责任作者:姜立春,博士,教授。主要研究方向:森林经理。Email:jlichun@nefu.edu.cn  地址:150040 黑龙江省哈尔滨市和兴路26号东北林业大学林学院。  
本刊网址: <http://journal.bjfu.edu.cn>

明,木材管胞特征存在着较大的变异,不同树种间、同一树种的不同个体间、种源间、无性系间及同株不同部位均存在着明显的差异。以往学者对木材管胞特征研究主要是从定性分析的角度,如利用方差分析、相关性分析、简单线性和非线性回归分析及绘制管胞长度和生长轮年龄的曲线来研究变异规律<sup>[12-13]</sup>。

近年来混合模型技术已应用于木材性质预测模型中,如在木材微纤丝角<sup>[14]</sup>、木材密度<sup>[15]</sup>和幼龄材与成熟材过度界限划分<sup>[16]</sup>等方面。本文以兴安落叶松(*Larix gmelinii* Rupr.)人工林为研究对象,考虑树木间的随机效应和不同时间序列相关性结构,构建落叶松早、晚材管胞长度混合效应模型,并与传统最小二乘法进行比较分析,旨在为落叶松人工林定向培育过程中木材管胞长度的有效预测提供帮助。

## 1 数据与方法

### 1.1 数据

落叶松试样采自七台河市林业局金沙林场,随

机伐取9株树龄为39~43 a的样木,从树高的1.3 m处截取5 cm厚的圆盘。从各圆盘南向自髓心向外取30°楔形木块;将木块逐年轮(区分早材和晚材)切成规定试样(火柴棍形状);将试样放入已洗净的试管中,滴入30%的硝酸使其完全被浸泡离析,10 h左右后将其放入65℃的恒温箱中加热;一段时间后,为了使试样离析为单个管胞以确保更精确的测量精度,向试管中加入适量的氯酸钾(KClO<sub>3</sub>),加入氯酸钾是为了加速反应,起到了催化作用;随后每隔一段时间观察一次试样,直到试样分离成单个管胞状态为止;将稀硝酸用胶头滴管吸出,并将残留在试管壁上的稀硝酸用水冲洗干净;将离析后的管胞用玻璃棒搅拌成蓬松状,然后倒入器皿里少许,加入适量的清水使管胞能在器皿中自由流动,最后将其放在光电投影仪下测定管胞长度。每个年轮试样测量25个管胞长度数据,共测量了6 825对早、晚材管胞长度样本。落叶松样木因子和早、晚材管胞长度统计量见表1。

表1 样木和早、晚材管胞长度统计量

Tab.1 Summary statistics of sample trees and earlywood and latewood tracheid length								
分组	树号	样本数	年龄/a	胸径/cm	树高/m	冠幅/m	早材管胞长度/mm	晚材管胞长度/mm
建模数据	1	700	43	17.1	18.8	2.8	1.30~3.97	1.63~4.46
	2	775	41	29.5	21.3	4.1	1.04~4.10	1.24~4.55
	4	775	39	29.9	22.5	4.6	0.85~4.10	1.04~4.46
	6	775	41	22.5	20.5	3.8	1.27~3.97	1.40~4.26
	7	775	43	26.9	21.8	4.2	1.01~4.49	1.63~4.62
	8	750	39	24.3	19.5	4.2	1.08~4.10	1.32~4.50
检验数据	3	775	39	22.5	21.3	3.5	1.24~4.15	1.42~4.50
	5	750	41	23.0	20.9	3.8	1.30~4.55	1.40~4.78
	9	750	43	25.1	21.3	4.1	1.30~4.28	1.46~4.50

### 1.2 方法

#### 1.2.1 基础模型

根据落叶松木材管胞长度的径向变异规律,自髓心向外逐渐增大,到达一定年龄后增长缓慢并最终趋于稳定状态。本研究利用生长模型来模拟落叶松木材管胞长度的变化规律,采用的生长模型有Richards方程、Logistic方程、Korf方程、Gompertz方程、Hossfeld方程和多项式方程:

$$y = \beta_1 [1 - \exp(-\beta_2 x)]^{\beta_3} + \varepsilon$$

(1)

$$y = \frac{\beta_1}{1 + \beta_2 \exp(-\beta_3 x)} + \varepsilon$$

(2)

$$y = \beta_1 \exp(-\beta_2 x^{\beta_3}) + \varepsilon$$

(3)

$$y = \beta_1 \exp[-\beta_2 \exp(-\beta_3 x)] + \varepsilon$$

(4)

$$y = \frac{\beta_1}{1 + \beta_2 x^{-\beta_3}} + \varepsilon$$

(5)

$$y = \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2 + \varepsilon$$

(6)

式中: $y$ 为木材管胞长度, $x$ 为年龄, $\varepsilon$ 为模型误差项, $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\beta_3$ 为参数。

#### 1.2.2 非线性混合模型

单水平非线性混合模型的形式<sup>[17]</sup>:

$$\begin{cases} y_{ij} = f(\phi_{ij}, x_{ij}) + \varepsilon_{ij} & i = 1, \cdots, m, j = 1, \cdots, n_i \\ \phi_{ij} = \mathbf{A}_{ij}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{B}_{ij}\mathbf{b}_i \\ \varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{R}_i) & \mathbf{b}_i \sim N(0, \mathbf{D}) \end{cases}$$

(7)

式中: $y_{ij}$ 是第*i*株树第*j*次观测的因变量值,本文指木材管胞长度; $m$ 是样木数; $n_i$ 是第*i*株树的观察值的数量; $x_{ij}$ 是年龄; $\boldsymbol{\beta}$ 是 $p \times 1$ 维固定参数向量; $\mathbf{b}_i$ 是 $(q \times 1)$ 维随机参数向量; $\mathbf{A}_{ij}$ 和 $\mathbf{B}_{ij}$ 是相应的设计矩阵; $\mathbf{D}$ 是随机参数的方差协方差矩阵; $\mathbf{R}_i$ 是树木*i*的方差协方差矩阵; $\varepsilon_{ij}$ 是残差项; $\sigma^2$ 是方差值。

非线性混合模型的构建需要确定 2 个步骤：

1) 参数效应和随机效应的方差协方差结构 ( $\boldsymbol{D}$ )。首先确定混合模型中随机参数的数量,主要通过增加随机参数来比较 AIC、BIC 和 Log-likelihood 的变化,备选模型的 AIC 值和 BIC 值越小越好,Log-likelihood 值越大越好。方差协方差结构主要采用广义正定矩阵结构<sup>[17]</sup>。

2) 树木内方差协方差结构( $\boldsymbol{R}_i$ )<sup>[17-19]</sup>。

1.2.3 模型评价和检验指标

拟合和检验结果通过以下指标评价<sup>[17-19]</sup>:平均误差(Bias)、均方根误差(RMSE)、确定系数( $R^2$ )。

$$\text{Bias} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}_{ij})}{n}$$
$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}{n - 1}}$$
$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \hat{y}_{ij})^2}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y})^2}$$

式中: $y_{ij}$ 为管胞长度测量值, $\hat{y}_{ij}$ 为管胞长度预测值, $\bar{y}$

为管胞长度平均值。

1.2.4 模型检验

模型检验过程中随机参数  $\boldsymbol{b}_k$  的估计值使用下式<sup>[17-20]</sup>计算:

$$\hat{\boldsymbol{b}}_k \approx \hat{\boldsymbol{D}} \hat{\boldsymbol{Z}}_k^T (\hat{\boldsymbol{Z}}_k \hat{\boldsymbol{D}} \hat{\boldsymbol{Z}}_k^T + \hat{\boldsymbol{R}}_k)^{-1} \hat{\boldsymbol{e}}_k \quad (8)$$

式中: $\hat{\boldsymbol{b}}_k$  为随机参数估计值, $\hat{\boldsymbol{D}}$  为随机效应参数的方差协方差矩阵, $\hat{\boldsymbol{Z}}_k$  为设计矩阵, $\hat{\boldsymbol{R}}_k$  为树木内方差协方差矩阵, $\hat{\boldsymbol{e}}_k$  为实际值减去用固定效应参数计算的预测值。

2 结果与分析

2.1 基础模型拟合结果

表 2 列出了 6 个模型拟合的参数估计值和绝对误差、均方根误差及确定系数。可以看出,当分别拟合早、晚材管胞长度时,模型(1)表现了较好的拟合效果。 $t$  检验证明早、晚材管胞长度模型(1)所有参数估计都是显著的( $P < 0.000\ 1$ )。早材管胞长度模型  $F$  检验( $F = 353\ 128, P < 0.000\ 1$ )和晚材管胞长度模型  $F$  检验( $F = 307\ 970, P < 0.000\ 1$ )都达到了极显著水平,因此模型(1)被选为进行非线性早、晚材管胞长度混合模型分析的基础模型。

表 2 基础模型拟合结果  
Tab.2 Fitting results of basic models

模型		参数估计值			拟合统计量		
		$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	Bias	RMSE	$R^2$
早材管胞长度模型	(1)	3.903 6	0.058 6	0.385 2	0.000 4	0.218 7	0.893 6
	(2)	3.654 7	1.531 4	0.164 6	-0.000 9	0.224 2	0.888 2
	(3)	7.119 0	1.742 9	0.279 8	0.000 6	0.224 1	0.888 4
	(4)	3.687 4	1.005 0	0.133 9	-0.000 5	0.220 8	0.891 6
	(5)	5.201 6	3.146 6	0.583 2	0.000 6	0.222 2	0.890 2
	(6)	1.567 5	0.139 0	-0.002 2	-0.000 7	0.242 7	0.869 0
晚材管胞长度模型	(1)	4.367 1	0.038 1	0.298 0	0.000 1	0.253 6	0.855 6
	(2)	3.964 5	1.217 0	0.141 1	-0.000 4	0.256 1	0.852 7
	(3)	11.781 3	1.983 5	0.171 6	0.000 1	0.256 3	0.852 5
	(4)	4.001 2	0.846 5	0.116 0	-0.000 2	0.254 3	0.854 7
	(5)	6.866 0	3.227 6	0.424 2	0.000 2	0.255 6	0.853 2
	(6)	1.889 8	0.130 7	-0.002 0	-0.000 5	0.266 7	0.840 2

2.2 早材管胞长度混合模型模拟结果

早材管胞长度混合模型模拟结果见表 3。可以看出,能够收敛的混合模型有 7 种。当模型没有随机参数时,AIC 的值等于 -1 064.674 0,BIC 的值等于 -1 038.372 0;当增加 1 个随机参数时,模拟 3 的 AIC 和 BIC 值最小;当增加 2 个随机参数时,模拟 5 的 AIC 和 BIC 值最小;当考虑 3 个随机参数时,模拟 7 的 AIC 和 BIC 值优于模拟 3 和 5 的 AIC 和 BIC

值。似然比检验表明:基本模型和模拟 3 有显著不同( $LRT = 622.587\ 8, P < 0.000\ 1$ ),模拟 3 和模拟 5 有显著不同( $LRT = 641.856\ 6, P < 0.000\ 1$ ),模拟 5 和模拟 7 有显著不同( $LRT = 95.254\ 2, P < 0.000\ 1$ )。这也充分说明增加随机参数个数能够明显提高模型的拟合精度。综合以上分析,把模拟 7,即把基本模型含有随机参数  $b_1, b_2, b_3$  的模型,选为基于单木效应的早材管胞长度最优混合模型。

表3 早材管胞长度混合模型模拟

Tab.3 Mixed model simulation of earlywood tracheid length

模拟次数	随机参数	参数个数	AIC	BIC	Log-likelihood	LRT	<i>P</i>
基本模型		4	−1 064. 674 0	−1 038. 372 0	536. 336 9		
模拟1	$b_1$	5	−1 472. 389 0	−1 439. 512 0	741. 194 4		
模拟2	$b_2$	5	−1 548. 444 0	−1 515. 566 0	779. 221 8		
模拟3	$b_3$	5	−1 685. 262 0	−1 652. 384 0	847. 630 8	622. 587 8	<0. 000 1
模拟4	$b_1, b_2$	7	−2 217. 942 0	−2 171. 914 0	1 115. 971 0		
模拟5	$b_1, b_3$	7	−2 323. 118 0	−2 277. 090 0	1 168. 559 0	641. 856 6	<0. 000 1
模拟6	$b_2, b_3$	7	−2 242. 258 0	−2 196. 230 0	1 128. 129 0		
模拟7	$b_1, b_2, b_3$	10	−2 412. 372 0	−2 346. 618 0	1 216. 186 0	95. 254 2	<0. 000 1

2.3 晚材管胞长度混合模型模拟结果

与2.2的研究方法相同。模拟结果见表4。可以看出,能够收敛的混合模型有7种。当模型没有随机参数时,AIC的值等于502.4412,BIC的值等于528.7431。当增加1个随机参数时,模拟1的AIC和BIC值最小。当增加2个随机参数时,模拟6的AIC和BIC值最小。当考虑3个随机参数时,模拟7的AIC和BIC值优于模拟1和6的AIC和BIC值。似

然比检验表明:基本模型和模拟1有显著不同( $LRT = 747.9172, P < 0.0001$ ),模拟1和模拟6有显著不同( $LRT = 451.2235, P < 0.0001$ ),模拟6和模拟7有显著不同( $LRT = 49.2149, P < 0.0001$ )。这也充分说明增加随机参数个数能够明显提高模型的拟合精度。综合以上分析,把模拟7,即把基本模型含有随机参数 $b_1、b_2、b_3$ 的模型,选为基于单木效应的晚材管胞长度最优混合模型。

表4 晚材管胞长度混合模型模拟

Tab.4 Mixed model simulation of latewood tracheid length

模拟次数	随机参数	参数个数	AIC	BIC	Log-likelihood	LRT	<i>P</i>
基本模型		4	502. 441 2	528. 743 1	−247. 220 6		
模拟1	$b_1$	5	−243. 476 0	−210. 598 7	126. 738 0	747. 917 2	<0. 000 1
模拟2	$b_2$	5	−177. 978 0	−145. 100 7	93. 989 0		
模拟3	$b_3$	5	52. 052 4	84. 929 7	−21. 026 2		
模拟4	$b_1, b_2$	7	−545. 649 6	−499. 621 4	279. 824 8		
模拟5	$b_1, b_3$	7	−669. 792 5	−623. 764 3	341. 896 2		
模拟6	$b_2, b_3$	7	−690. 699 5	−644. 671 3	352. 349 7	451. 223 5	<0. 000 1
模拟7	$b_1, b_2, b_3$	10	−733. 914 5	−668. 159 8	376. 957 2	49. 214 9	<0. 000 1

2.4 混合模型的异方差和树木内误差相关性

图1给出了落叶松早、晚材混合模型的残差图。可以看出,残差没有显示出有规律的形状,而是呈现出随机分布的趋势;因此异方差的影响在本研究中不予考虑,即 $R_i = \sigma^2 I_i I_i$ 。式中 $I_i$ 为时间序列相关性矩阵, $I$ 为单位矩阵。

本研究采用一阶自回归模型AR(1)来表达树

木内的误差相关性。当把AR(1)模型加入到早材混合模型中时,AIC值等于−2 526.1390,BIC值等于−2 453.8090,均小于早材混合模型模拟7的AIC和BIC值。似然比检验表明,AR(1)模型能够显著提高早材混合模型的模型拟合精度( $LRT = 115.7670, P < 0.0001$ )。同理,当把AR(1)模型加入到晚材混合模型中时,AIC值等于−882.5881,

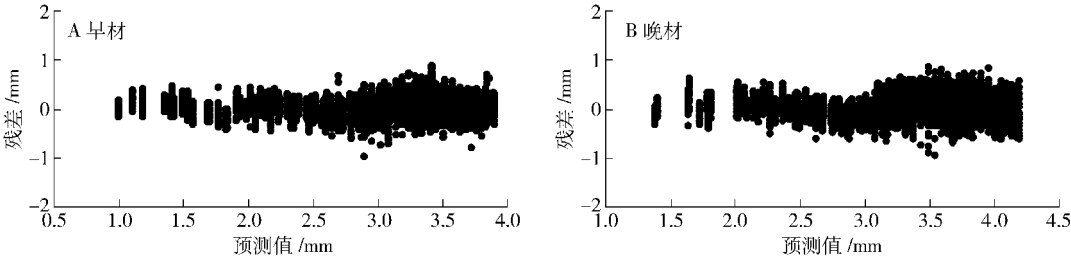


图1 基于混合模型的早材和晚材管胞长度残差分布图

Fig.1 Residual plots of earlywood and latewood tracheid length based on mixed model



BIC 值等于 - 810. 258 1,均小于晚材混合模型模拟 7 的 AIC 和 BIC 值。似然比检验表明,AR(1)模型能够显著提高晚材混合模型的模型拟合精度(LRT = 150. 673 7, $P < 0. 000\ 1$ )。因此本研究采用 AR(1)模型来描述早、晚材管胞长度的年轮径向误差相关性。落叶松早、晚材管胞长度具有相同的模型形式,因此构建的最终落叶松木材管胞长度混合效应模型如下:

表 5 早、晚材混合模型参数估计值

Tab. 5 Parameter estimates of earlywood and latewood mixed models

变量	早材混合模型		晚材混合模型	
	参数估计值	$P$	参数估计值	$P$
$\beta_1$	3. 907 9 (0. 079 6)	<0. 000 1	4. 417 3 (0. 111 2)	<0. 000 1
$\beta_2$	0. 061 9 (0. 006 9)	<0. 000 1	0. 040 5 (0. 005 4)	<0. 000 1
$\beta_3$	0. 392 3 (0. 025 7)	<0. 000 1	0. 303 8 (0. 022 2)	<0. 000 1
随机效应方差协方差	$D = \begin{bmatrix} 0. 041\ 9 & -0. 002\ 8 & 0. 002\ 3 \\ -0. 002\ 8 & 0. 000\ 3 & 0. 000\ 4 \\ 0. 002\ 3 & 0. 000\ 4 & 0. 004\ 4 \end{bmatrix}$		$D = \begin{bmatrix} 0. 082\ 7 & -0. 003\ 2 & -0. 000\ 9 \\ -0. 003\ 2 & 0. 000\ 2 & 0. 000\ 5 \\ -0. 000\ 9 & 0. 000\ 5 & 0. 003\ 4 \end{bmatrix}$	
时间序列相关性	$\rho = 0. 147\ 9$		$\rho = 0. 170\ 6$	
模型方差	$\sigma^2 = 0. 036\ 4$		$\sigma^2 = 0. 050\ 2$	

2. 5 模型评价

混合模型的检验包括平均预测检验和个体预测检验,平均预测检验相当于传统的非线性模型,只需要把固定参数值代入最终管胞长度模型计算就可得出,而个体预测检验需要考虑随机效应参数,随机效应参数值需要通过已知样本来计算。从检验数据中随机抽取年龄和早材管胞长度的 6 次测量值(5, 2. 28)、(10, 2. 57)、(15, 3. 15)、(20, 3. 54)、(25,

3. 28)、(30, 3. 41)来计算,首先计算 $\hat{e}_k$ 、 $\hat{R}_i$ 和 $\hat{Z}_k$ ,然后利用公式(8)计算随机参数 $\hat{b}_k$ :

$$\hat{e}_k = \begin{bmatrix} 2. 28 \\ 2. 57 \\ 3. 15 \\ 3. 54 \\ 3. 28 \\ 3. 41 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2. 323\ 853\ 2 \\ 2. 884\ 067\ 4 \\ 3. 207\ 139\ 1 \\ 3. 415\ 556\ 6 \\ 3. 556\ 860\ 2 \\ 3. 655\ 312\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0. 043\ 853\ 2 \\ -0. 314\ 067\ 4 \\ -0. 057\ 139\ 1 \\ 0. 124\ 443\ 4 \\ -0. 276\ 860\ 2 \\ -0. 245\ 312\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\hat{R}_i = \sigma^2 \Gamma_i(\rho) = 0. 036\ 43 \begin{bmatrix} 1. 000\ 000\ 0 & 0. 021\ 880\ 1 & 0. 003\ 236\ 5 & 0. 000\ 478\ 7 & 0. 000\ 070\ 8 & 0. 000\ 010\ 5 \\ 0. 021\ 880\ 1 & 1. 000\ 000\ 0 & 0. 021\ 880\ 1 & 0. 003\ 236\ 5 & 0. 000\ 478\ 7 & 0. 000\ 070\ 8 \\ 0. 003\ 236\ 5 & 0. 021\ 880\ 1 & 1. 000\ 000\ 0 & 0. 021\ 880\ 1 & 0. 003\ 236\ 5 & 0. 000\ 478\ 7 \\ 0. 000\ 478\ 7 & 0. 003\ 236\ 5 & 0. 021\ 880\ 1 & 1. 000\ 000\ 0 & 0. 021\ 880\ 1 & 0. 003\ 236\ 5 \\ 0. 000\ 070\ 8 & 0. 000\ 478\ 7 & 0. 003\ 236\ 5 & 0. 021\ 880\ 1 & 1. 000\ 000\ 0 & 0. 021\ 880\ 1 \\ 0. 000\ 010\ 5 & 0. 000\ 070\ 8 & 0. 000\ 478\ 7 & 0. 003\ 236\ 5 & 0. 021\ 880\ 1 & 1. 000\ 000\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{Z}_k = \begin{bmatrix} 0. 594\ 655\ 2 & 12. 589\ 649\ 0 & -3. 078\ 963 \\ 0. 738\ 009\ 5 & 13. 229\ 668\ 0 & -2. 233\ 432 \\ 0. 820\ 681\ 0 & 12. 359\ 814\ 0 & -1. 615\ 594 \\ 0. 874\ 013\ 3 & 10. 974\ 794\ 0 & -1. 172\ 413 \\ 0. 910\ 171\ 8 & 9. 458\ 832\ 7 & -0. 853\ 374 \\ 0. 935\ 364\ 9 & 7. 988\ 281\ 9 & -0. 622\ 592 \end{bmatrix}$$

$$\hat{b}_k = \begin{pmatrix} -0. 049\ 525\ 0 \\ -0. 002\ 685\ 0 \\ -0. 000\ 097\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} y_{ij} = (\beta_1 + b_{1i}) \{1 - \exp[-(\beta_2 + b_{2i})t]\}^{\beta_3 + b_{3i}} + \varepsilon_{ij} \\ (b_{1i} \ b_{2i} \ b_{3i})^T \sim N(0, D) \\ \varepsilon_{ij} \sim N(0, R_i) \\ R_i = \sigma^2 \Gamma_i(\rho) \\ \Gamma_i(\rho) = \text{AR}(1) \end{cases} \quad (9)$$

式中: $\rho$ 为时间序列函数的参数。

表 5 给出了落叶松早、晚材管胞长度混合模型的参数估计值。

因此,把随机参数估计值 $\hat{b}_k$ 和固定参数估计值一起代入式(9),计算得出早材管胞长度的预测值为(2. 26, 2. 81, 3. 13, 3. 34, 3. 48, 3. 58),平均误差和均方根误差为(-0. 065 1,0. 169 2),而采用固定参数估计值计算得出早材管胞长度的预测值为(2. 32, 2. 88, 3. 21, 3. 41, 3. 56, 3. 65),平均误差和均方根误差为(-0. 135 5,0. 206 6)。

基于以上计算过程,利用所有检验数据分别对早、晚材进行验证。当对早材管胞长度检验时,传统

非线性回归方法的3个指标的计算结果是平均误差为-0.148 9、均方根误差为0.211 0、确定系数为0.894 5；当考虑随机效应和误差效应时，混合效应模型平均误差为-0.081 2、均方根误差为0.166 0、确定系数为0.921 3。当对晚材管胞长度检验时，传统非线性回归方法的3个指标的计算结果是平均误差为-0.135 3、均方根误差为0.250 1、确定系数为0.857 2；当考虑随机效应和误差效应时，混合效应模型平均误差为-0.103 2、均方根误差为0.183 9、确定系数为0.893 6。模型检验表明，考虑随机参数和误差相关性结构能提高管胞长度模型的预测精度。

3 结论与讨论

1)根据落叶松木材管胞长度的径向变异规律，自髓心向外逐渐增大，到达一定年龄后增长缓慢并最终趋于稳定状态，因此年龄是管胞长度径向变异的决定因子。本研究利用生长模型来模拟落叶松木材管胞长度随年龄的变化规律。采用的生长模型有Richards 方程、Logistic 方程、Korf 方程、Gompertz 方程、Hossfeld 方程和多项式方程，并利用最小二乘法对这6个生长模型进行拟合，结果表明 Richards 模型的拟合效果最好。

2)根据混合模型的构建过程，在 Richards 模型基础上增加随机参数，无论是增加几个随机参数，混合模型都能提高模型的拟合精度。最终把 Richards 模型含有随机参数  $b_1$ 、 $b_2$ 、 $b_3$  的模型选为基于单木效应的早、晚材管胞长度最优混合模型。此外，时间序列自相关结构 AR(1)模型能够解释树木内误差的相关性。

3)木材管胞长度大小直接影响木材的物理、化学和力学性质，尤其在纸浆和造纸方面，木材管胞长度直接关系纸浆和造纸的质量。

因此，应用混合模型技术提高管胞长度的准确预测有一定的实用性。由于数据来自较小的区域，模型大尺度的应用还需考虑其他因素的影响。

参 考 文 献

[ 1 ] STÅHL E G. Changes in wood and stem properties of *Pinus sylvestris* caused by provenance transfer[J]. *Silva Fennica*,1998, 32(2): 163-172.

[ 2 ] MACDONALD E, HUBERT J. A review of the effects of silviculture on the timber quality of Sitka spruce[J]. *Forestry*, 2002, 75(2): 107-138.

[ 3 ] 孙晓梅,楚秀丽,张守攻,等. 落叶松种间及其杂种管胞特征及微纤丝角的变异[J]. *林业科学研究*,2011, 24( 4 ):415-422.

[ 4 ] 罗建勋,李晓清,孙鹏,等. 云杉天然群体管胞和木材基本密度性状变异的研究[J]. *北京林业大学学报*, 2004, 26(6):80-85.

[ 5 ] 姜笑梅,骆秀琴,陈益泰,等. 杉木材性株内的变异(Ⅱ):管胞形态的变异[J]. *林业科学*, 1997, 33( 5 ): 441-446.

[ 6 ] REN X Q, WANG Q Y, LI F J. Study on tracheid variation of *Picea koraiensis* (nakai) in natural stand and plantation [ J ]. *Journal of Forestry Research*, 2011, 12(2): 115-118.

[ 7 ] 马顺兴,王军辉,张守攻,等. 日本落叶松无性系木材性质的遗传变异[J]. *林业科学研究*,2008, 21(1):69-73.

[ 8 ] 符韵林,徐峰,唐黎明,等. 南带产区不同立地类型间的杉木木材解剖[J]. *北京林业大学学报*, 2005, 27(1):10-13.

[ 9 ] 夏玉芳,湛红辉. 造林密度对马尾松木材主要性质影响的研究[J]. *林业科学*, 2002, 38(2): 113-118.

[ 10 ] GARTNER B L, ROBBINS J M, NEWTON M. Effects of pruning on wood density and tracheid length in young douglas-fir [ J ]. *Wood and Fiber Science*, 2005, 37(2):304-313.

[ 11 ] 郭明辉,闫丽,李海英,等. 培育措施对人工林樟子松木材管胞形态特征的影响[J]. *北京林业大学学报*, 2005, 27(3):79-82.

[ 12 ] 骆秀琴,孙晓梅,殷亚方,等. 人工林马尾松木材性质的变异[J]. *林业科学研究*,2002, 15( 1 ):28-33.

[ 13 ] 徐有明,邹宏明,唐万鹏,等. 火炬松种源木材管胞特征值的差异分析[J]. *南京林业大学学报*,2002, 26(5): 15-20.

[ 14 ] JORDAN L, DANIELS R F, CLARK A, et al. Multilevel nonlinear mixed effects models for the modeling of earlywood and latewood microfibril angle [ J ]. *Forest Science*, 2005, 51( 4 ): 357-371.

[ 15 ] FUJIMOTO T, KOGA S. An application of mixed-effects model to evaluate the effects of intial spacing on radial variation in wood density in Japanese larch (*Larix kaempferi*) [ J ]. *Journal of Wood Science*, 2010, 56: 7-14.

[ 16 ] MORA C R, ALLEN H L, DANIELS R F, et al. Modeling corewood-outerwood transition in loblolly pine using wood specific gravity[J]. *Canadian Journal Forest Research*, 2007, 37:999-1011.

[ 17 ] 李耀翔,姜立春,李凤日. 基于混合模型落叶松微纤丝角模型[J]. *林业科学*, 2012, 48(4): 81-86.

[ 18 ] 姜立春,杜书立. 基于非线性混合模型的东北兴安落叶松树高和直径生长模拟[J]. *林业科学研究*, 2012, 25(1): 11-16.

[ 19 ] 姜立春,张锐,李凤日. 基于线性混合模型的落叶松枝条长度和角度模型[J]. *林业科学*, 2012, 48(5): 53-60.

[ 20 ] FANG Z, BAILEY RL. Nonlinear mixed effects modeling for slash pine dominant height growth following intensive silvicultural treatments[J]. *Forest Science*, 2001, 47:287-300.

(责任编辑 冯秀兰)