

DOI: 10.13332/j.1000-1522.20150129

基于冠幅的杉木人工林胸径和树高参数化预估模型

董晨^{1,2} 吴保国^{1,2} 张瀚³

(1 北京林业大学信息学院 2 北京林业大学林业信息化研究所 3 中国科学院软件研究所)

摘要:为了研究杉木生长与形态变量的关系,提高模型预估精度,本文根据福建省65块不同密度、林龄分布于6~35年的杉木人工林样地测量数据,选用了Richards理论方程,分别构建了杉木胸径和树高生长模型。在此基础上,分析理论方程中参数与冠幅(CW)的关系,建立两者间的关系函数;使用参数预估法构造胸径和树高的参数化预估模型,并对原模型和参数化模型进行模型检验、残差分析,讨论了冠幅与林木生长之间的关系。结果表明:胸径和树高Richards方程中,参数 a 与CW呈正比,参数 b 与CW呈反比, c 则与CW呈现出类似正态分布的关系;与传统的理论方程相比,参数化模型提高了杉木胸径树高预估的精度。本文所构建的模型能间接反映林分因子的状态,同时对于分析林木竞争、光合作用、模拟林木三维可视化等方面也提供了一种模式。

关键词:杉木人工林;胸径;树高;冠幅;参数预估;生长模型

中图分类号:S758.5⁺2 文献标志码:A 文章编号:1000-1522(2016)03-0055-09

DONG Chen^{1,2}; WU Bao-guo^{1,2}; ZHANG Han³. **Parametric prediction models of DBH and height for *Cunninghamia lanceolata* plantation based on crown width.** *Journal of Beijing Forestry University* (2016)38(3) 55-63 [Ch, 32 ref.]

1 School of Information Science and Technology, Beijing Forestry University, Beijing, 100083, P. R. China;

2 Institute of Forestry Informationization of Beijing Forestry University, Beijing, 100083, P. R. China;

3 Institute of Software, Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100083, P. R. China.

In order to clarify the relationship between Chinese fir growth and form variables and to improve the forecast precision of harvest, we analyzed data from trees located in 65 Chinese fir (*Cunninghamia lanceolata*) plots of varying densities with stand age ranging from 6 to 35 years in Fujian Province. Richard's equation was adopted to develop diameter at breast height (DBH) and tree height (H) models of Chinese fir. On this basis, the relationship between parameters of the theoretical equation and crown width (CW) were analyzed, and the parameterized harvest forecast model was developed using parameter estimates method through the parameter-CW functions. The model test and residual analysis were carried out for the original models and the parametric models. The relationship between the CW and tree growth is discussed. Results showed that in DBH and parameter a in Richard's equations of tree height were proportional to CW, parameter b was inversely proportional to CW, and parameters c and CW presented approximately normal distribution. Compared with the traditional theory equations, the parameterized models improve the forecast precision of Chinese fir harvest. The proposed models in this paper are convenient for popularization and application in the future and can indirectly reflect the state of stand factors. The proposed models also provide a mode for analyzing tree competition, photosynthesis, and simulating dimensional visualization of trees.

Key words Chinese fir plantation; DBH; tree height; crown width; parameter estimate; growth model

收稿日期:2015-04-20 修回日期:2015-11-09

基金项目:国家自然科学基金项目(31170513)。

第一作者:董晨,博士生。主要研究方向:森林资源管理与决策。Email:sxjbd@163.com 地址:100083北京市海淀区清华东路35号北京林业大学信息学院。

责任作者:吴保国,教授,博士生导师。主要研究方向:森林经理、林业信息化。Email:wubg@bjfu.edu.cn 地址:同上。

本刊网址: <http://j.bjfu.edu.cn>; <http://journal.bjfu.edu.cn>

生长模型一直是森林经营领域的研究热点。生长模型种类很多,其中单木生长模型是预测林木生长,反映林分生长变化规律的基础。经过几十年的发展,国内外学者在单木生长模型方面进行了大量的研究,取得了一系列成果。以往的研究表明,单木生长预估的建模方法主要分为3类:1)回归估计法^[1]。该方法是建立反映变量(胸径、树高、断面积、材积等)与林分因子之间关系的复合型方程,使用回归估计法构建的单木模型以多变量线性方程^[2-4]和独立非线性方程^[5-6]的形式存在。使用该方法构建的模型,直观明了,但因变量和自变量之间经验关系的多变性使得模型的适应性较差。2)潜在生长量修正法^[7]。该方法是在林木潜在生长函数的基础上,将与单木生长相关的林分因子变量(如地位指数、林分密度、竞争指数等)以函数的形式组合在一起对潜在函数进行修正,从而得到单木的实际生长量。实践证明该方法能准确地预估林木的生长,因此广泛应用在单木胸径、树高^[8-9]和断面积^[10]的模型构建中,但修正方程的表达式需要靠主观判断,缺少理论依据。3)参数预估法^[11],也称为生长分析法,是以理论方程作为基础模型,通过分析模型参数与林分因子之间的关系来构造单木生长方程。例如:Sharma构造的火炬松(*Pinus taeda*)树高模型^[12],该模型以Richards方程作为基础函数,参数变量包括断面积、株数密度和地位指数;相聪伟^[13]构建了杉木(*Cunninghamia lanceolata*)胸径参数化模型,该模型分析了杉木胸径生长的立地效应和密度效应。参数预估法不仅能提高模型模拟的精度,模型参数也能解释树木生长的生物学性质。

形态模型也是林分模型的研究热点。形态模型围绕树干削度^[14-15]、冠幅^[16]、冠长^[17]、枝下高、树冠轮廓^[18-19]、树冠体表面积^[20]和林分因子的关系展开研究,从而分析林分因子对树木形态变化的影响。在众多形态变量中,冠幅是被研究最多的形态变量。冠幅是树木光合作用和蒸腾作用的主要场所,对树木的生长过程具有主导作用^[21],冠幅不仅能反映林分密度^[22]、立地条件^[23]、树木间的竞争水平^[24],还能衡量林分木材质量和生物多样性水平^[25-26]。

在以往的理论模型参数化研究中,一般是将代表立地条件和林分密度的变量作为自变量来构造参数化函数,未见利用冠幅与林龄作为自变量来估测林木胸径、树高等林木因子生长的研究。本文以理论方程为基础,选择冠幅(CW)、林龄(t)作为自变量,采用理论方程参数预估法来构建杉木人工林胸径、树高生长模型,从林木的生物学角度分析杉木胸径生长、树高生长和冠幅生长之间的关系,分析杉木

生长和形态之间的关系。

1 研究区域概况与数据来源

1.1 研究区域概况

研究区域位于福建省顺昌县。该县地处福建省西北部,地形以山地丘陵为主,气候温和(年平均气温 $18.5\text{ }^{\circ}\text{C}$),属于中亚热带海洋性季风气候和大陆性气候的综合,雨量充沛(年降水量 1756 mm),光照充足,土壤深厚、湿润、肥沃,十分适合林木生长。顺昌县森林覆盖率 75.6% ,是福建省重点林区,主要种植杉木、马尾松(*Pinus massoniana*)、黄山松(*P. taiwanensis* Hayata)、巨尾桉(*Eucalyptus grandis*)、柳杉(*Cryptomeria fortunei*)、侧柏(*Platycladus orientalis*)、刺槐(*Robinia pseudoacacia*)、毛竹(*Phyllostachys heterocyclus*)等用材树种。

1.2 数据来源

于2013年和2014年在福建省顺昌县大历镇和岚下乡选取65块年龄跨度为6~35年、株数密度分布为 $1250\sim3600\text{ 株/hm}^2$ 的杉木人工林临时样地。每块样地中选取10~13株胸径5cm以上、生长匀称、没有偏冠的树木,借助围尺、激光测高仪测量每株林木的胸径(DBH)和树高(H),使用皮尺和塔尺测量东西冠幅(CW_{EW})和南北冠幅(CW_{SN}),胸径测量的精度为 0.1 cm ,其他变量的测量精度为 0.1 m ,取东西冠幅和南北冠幅平均值作为模型构建时的冠幅数据。同时,记录每块样地的年龄(t)、株数密度(株/hm^2),共测量了670组数据。将数据整理并汇总于表1。

2 研究方法

2.1 理论方程选择

理论生长方程具有深厚的理论根基,其表达式的灵活性和可移植性使得模型广泛应用于林分生长的模拟^[27],与经验方程相比,理论方程的模型参数具有明确的生物学意义。本研究选择最常用的坎派兹(Compertz)、逻辑斯蒂(Logistic)、单分子(Mitscherlich)、考尔夫(Korf)和理查德(Richards)这5个理论生长方程作为基础模型(见表2),来进行杉木胸径和树高模型的拟合^[30]。

在模型参数生物学意义表达中, a 代表了林木的最大生长值, b 是与林木同化作用有关的参数, c 代表生长速率。由于拟合的方程只有固定的 a 、 b 、 c 值,代表的只是林木整体平均最大生长数值、同化作用及生长速率。但是,在实际林分中,每株树木的生长受到不同条件的约束,具有不同的生长状态,其模型参数也是不同的。本研究的目的是探讨形态变量

表1 样地测量数据汇总
Tab.1 Summary of measured data

变量 Variables	测量数量 Measurement times	最小值 Minimum value	最大值 Maximum value	平均值 Average value	标准差 S. D. Standard deviation
年龄 Age (t)/a	30	6	35	16	6.67
密度/(株·hm ⁻²) Stand density/(trees·ha ⁻¹)	22	750	3 600	1 800	710.25
胸径 Diameter at breast height (DBH)/cm	670	6.1	31.3	15.9	5.52
树高 Height of tree(H)/m	670	3.0	22.8	12.3	3.90
东西冠幅 Crown width in east-west direction(CW _{EW})/m	670	1.4	7.3	3.4	1.01
南北冠幅 Crown width in south-north direction(CW _{SN})/m	670	2.0	6.4	3.6	1.00

表2 胸径、树高拟合理论方程
Tab.2 Theoretical equations for simulating DBH and tree height

模型编号 Model number	名称 Model name	表达式 Model expression	参数约束 Parameter constraint
(1)	坎派兹 Compertz	$y = ae^{-b \exp(-ct)}$	$a > 0, b > 0, c > 0$
(2)	逻辑斯蒂 Logistic	$y = a / (1 + be^{-ct})$	$a > 0, b > 0, c > 0$
(3)	单分子 Mitscherlich	$y = a(1 - e^{-ct})$	$a > 0, c > 0$
(4)	考尔夫 Korf	$y = ae^{-bt-c}$	$a > 0, b > 0, c > 0$
(5)	理查德 Richards	$y = a(1 - e^{-ct})^b$	$a > 0, b > 0, c > 0$

注: y 为因变量, 分别代表杉木单木胸径和树高; t 代表年龄; a, b, c 为参数。Notes: In the above models, y is the dependent variable which represents the DBH and tree height of Chinese fir; t represents the tree age; a, b , and c represent parameters.

和林木生长的关系, 同时冠幅与林木的生长息息相关, 因此将理论方程中的参数扩展成冠幅的函数, 以理论生长方程为基础, 建立含有冠幅的动态生长模型。

2.2 参数表达式确定

为了研究理论模型中的参数与 CW 的关系, 每个年龄段中选取了 20 组数据, 30 个年龄段共 600 株林木数据。将每个年龄段中的 20 组数据按照 CW 进行升序排序, 并按照从小到大的顺序平均分成 10 组并给予编号, 如 1、2 组数据为 1 号, 3、4 组数据为 2 号, 将不同年龄段相同组号的数据组合在一起, 根据等距抽样原理, 分别得到年龄跨度为 30 年的 10 类数据, 每类中共 60 组数据, 则在同一年龄下, 第 1 类数据的 CW 值小于第 2 类数据, 第 2 类数据的 CW 值则小于第 3 类数据, 第 10 类数据的 CW 值最大。使用原始的理论生长方程, 分别对每类数据进行胸径和树高方程的拟合, 分别得到 10 个胸径方程和 10 个树高方程。

将 10 个胸径方程中的 a, b, c 参数分别与相应的每类数据中 CW 平均值绘制散点图, 观察两者之间的关系。从 OriginPro 8.0 统计软件的模型库中选择拟合效果最佳、最能代表“参数-CW 关系”的函数表达式 1~2 个, 并使用带有 CW 的函数来代替参数, 以 Richards 方程为例, 重新表达胸径生长模型,

如公式(6)所示。树高的建模方法与胸径模型构建方法一致。

$$y = f_1(CW)(1 - e^{-f_3(CW)t})f_2(CW) \quad (6)$$

式中: 用 $f_1(CW)$ 代替式(5)中的参数 a , 用 $f_2(CW)$ 代替参数 b , 用 $f_3(CW)$ 代替参数 c 。

2.3 模型拟合与检验

采用 5 个理论生长方程和参数化方程, 在 SPSS18.0 统计分析软件上对 600 株树木测量数据进行拟合。由于参数化模型较原理论模型多了一个自变量, 为了科学地衡量模型的拟合精度, 使用调整决定系数 R^2_{adj} (公式(7))与残差平方和 RSS (公式(8))作为模型拟合精度的判断。模型的拟合数据和检验数据相互独立, 将剩余的 70 株树木测量数据用于检验, 使用均方根误差 RMSE (公式(9))和平均绝对误差 MAE (公式(10))检验模型的适用性。

$$R^2_{\text{adj}} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n - p - 1)}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / (n - 1)} \quad (7)$$

$$\text{RSS} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (8)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n - k} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (9)$$

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (10)$$

式中: y_i 为测量值, \bar{y}_i 为测量值平均数, \hat{y}_i 为预测值, n 为样本个数, p 为模型中自变量个数, k 为模型中参数个数。

采用 OriginPro 8.0 统计软件绘制理论最优模型和参数化最优模型的标准化残差图, 用以验证模型是否满足随机误差正态分布的基本假设。

3 结果与分析

3.1 杉木胸径模拟

杉木单木胸径理论方程的拟合结果见表 3。从拟合指标看, Richards 方程的决定系数 R_{adj}^2 为 0.756, 高于其他 4 个方程, RSS 值在 5 个方程中最小, 为 5 014.729。模型的检验中, RMSE 和 MAE 的值均小于其他 4 个方程。因此, 本研究采用

Richards 方程进行参数化的扩充。

图 1 是 10 个 Richards 胸径生长方程中各个参数与 CW 的关系。从图 1 中可以看出: 方程中的各个参数都与 CW 关系密切, 其中参数 a 随着 CW 的长势呈现出整体上升的趋势; 参数 b 则反之, 与 CW 呈现出负增长的关系; 参数 c 则呈先上升后下降的趋势, 10 个点则呈现出以平均冠幅为峰值的正态分布状态。根据散点趋势曲线和模型拟合结果, 选择线性 (Line) 函数和 Logistic 函数描述参数 a 与 CW 的关系, 选择 Line 函数和剂量-响应 (Dose-Resp) 函数来描述参数 b 与 CW 的关系, 选择高斯 (Gauss) 方程反映参数 c 与 CW 的关系。各类参数化函数的表达式汇总结果见表 4。

表 3 杉木胸径理论方程参数与拟合检验指标统计

Tab.3 Statistics of DBH theoretical equation parameters and the model test indicators of Chinese fir

模型名称 Model name	参数值 Parameter values			拟合指标 Fitting indicators		检验指标 Testing indicators	
	a	b	c	R_{adj}^2	RSS	RMSE/cm	MAE/cm
坎派兹 Compertz	24.784	2.331	0.124	0.708	5 296.105	2.892	2.356
逻辑斯蒂 Logistic	23.684	5.349	0.178	0.744	5 378.422	2.901	2.368
单分子 Mitscherlich	27.236	1.082	0.072	0.736	5 325.229	2.904	2.378
考尔夫 Korf	42.861	5.535	0.664	0.724	5 257.754	2.913	2.382
理查德 Richards	26.221	1.308	0.086	0.756	5 014.729	2.824	2.348

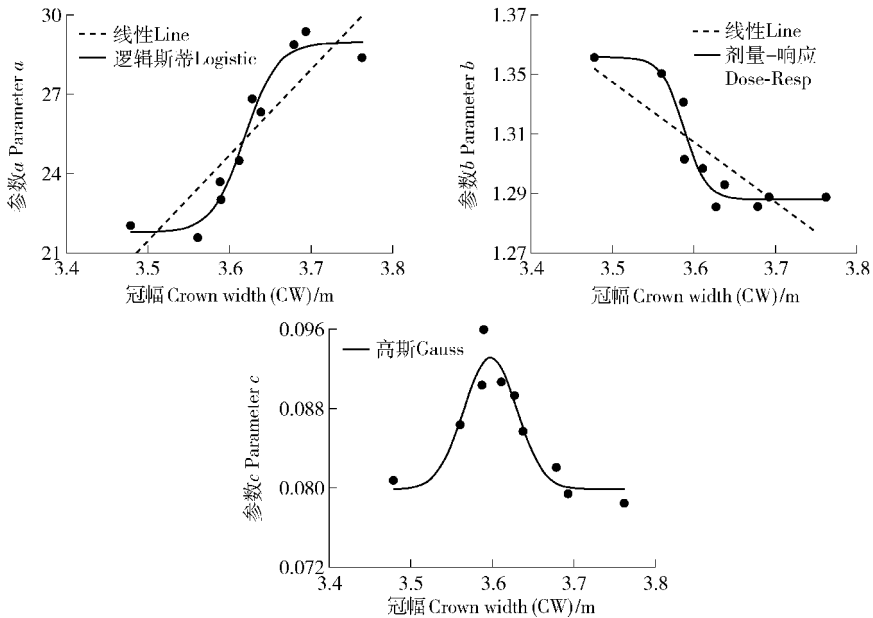


图 1 杉木胸径理论模型中参数与冠幅的关系

Fig.1 Relationships between parameters in DBH theoretical model and crown width of Chinese fir

表 5 展示的是胸径参数化模型参数值和拟合结果。从表 5 可知, 参数化模型在拟合精度上优于一般的胸径理论模型。在 4 项模型组合中, 当参数 a 使用 Logistic 函数表示, 参数 b 使用 Dose-Resp 函数

表示, 参数 c 使用 Gauss 函数表示时, 参数化模型获得最高的调整决定系数 ($R_{adj}^2 = 0.830$), 比原 Richards 方程的拟合精度 (R_{adj}^2) 高出 9.90%, 同时残差平方和也在 4 项值中处于较小的值。

表4 模型中参数与CW的关系模型

Tab.4 Relational models of parameters and CW in Richard's model

模型编号 Model number	参数 Parameters	模型类别 Model categories	模型表达式 Model expression
(11)	a	线性函数 Line	$a = a_0 + a_1 CW$
(12)		逻辑斯蒂函数 Logistic	$a = \frac{a_0 - a_1}{1 + (CW/a_2)^{a_3}} + a_1$
(13)	b	线性函数 Line	$b = b_0 + b_1 CW$
(14)		剂量-响应函数 Dose-Resp	$b = \frac{b_0 - b_1}{1 + 10^{(b_2 - CW/2)/b_3}} + b_1$
(15)	c	高斯函数 Gauss	$c = c_0 + \frac{c_1}{c_2} \exp\left(-2\left(\frac{CW/2 - c_3}{c_2}\right)^2\right)$

表5 杉木胸径参数化模型参数与拟合指标统计

Tab.5 Statistics of DBH parameterized model parameters and the model test indicators of Chinese fir

模型组合 Model combination	参数 a Parameter a				参数 b Parameter b				参数 c Parameter c				R_{adj}^2	RSS		
	a_0	a_1	a_2	a_3	b_0	b_1	b_2	b_3	c_0	c_1	c_2	c_3				
$a-11, b-13, c-15$	18.779	1.711			1.507	-0.064	5		0.062	1	0.079	8	2.142	2.001	0.805	2 683.935
$a-11, b-14, c-15$	18.233	1.788			1.359	0.644	1.794	-63.253	0.0625	0.064	2	1.964	1.896	0.815	2 443.394	
$a-12, b-13, c-15$	22.172	28.922	3.614	3.879	1.489	-0.115			0.059	9	0.090	5	2.999	1.849	0.809	2 401.670
$a-12, b-14, c-15$	24.008	27.969	3.642	2.140	1.354	1.244	1.829	-4.784	0.059	5	0.074	0	2.160	1.733	0.830	2 414.422

注:模型组合中的 $a-11$ 代表参数 a 用模型(11)来表示,其他类推,下同。Notes: In the model combinations, $a-11$ represents that parameter a is expressed by the model (11), which also applies to other combinations (the same below).

3.2 杉木树高模拟

表6是杉木单木树高理论方程的拟合结果。从表6中的拟合指标来看:Richards方程的调整决定系数 R_{adj}^2 为0.666,在其他4个理论方程的决定系数

值中处于最高值,RSS为2 781.245,略高于Comperz方程的RSS值;模型检验中,Richards方程的检验效果最佳。综合4项指标,采用Richards方程进行树高生长函数的进一步研究。

表6 杉木树高理论方程参数与拟合检验指标统计

Tab.6 Statistics of tree height theoretical equation parameters and model test indicators of Chinese fir

模型名称 Model name	参数值 Parameter values			拟合指标 Fitting indicators		检验指标 Testing indicators	
	a	b	c	R_{adj}^2	RSS	RMSE/m	MAE/m
坎派兹 Comperz	18.235	2.045	0.118	0.664	2 778.662	2.177	1.671
逻辑斯蒂 Logistic	17.504	4.293	0.165	0.662	2 812.335	2.190	1.673
单分子 Mitscherlich	19.777	1.023	0.071	0.662	2 801.953	2.191	1.672
考尔夫 Korf	32.382	4.708	0.599	0.659	2 809.738	2.199	1.674
理查德 Richards	19.337	1.117	0.079	0.666	2 781.245	2.119	1.670

图2展示了10个Richards树高生长方程中各个参数与CW的关系。其结果和胸径生长方程参数与CW的关系类似:参数 a 随着CW的长势呈现出整体上升的趋势,但走向更趋向于S型曲线;参数 b 与CW呈现出负增长的关系,其散点走向与线性递减函数最贴切;参数 c 散点图则呈现出正态分布的状态走向。根据散点关系及曲线拟合效果,分别选择Line函数和Logistic函数描述参数 a 与CW的关系,选择Line函数描述参数 b 与CW的关系,选择Gauss函数反映参数 c 与CW的关系。

树高参数化模拟的参数和拟合统计指标见表

7。2类模型的拟合调整决定系数均高于一般的理论方程,而残差平方和均低于原理论方程。在两类模型组合中,根据调整决定系数和残差平方和,发现第2类组合的拟合效果更加精确,调整决定系数达到0.786,比原树高理论方程的 R_{adj}^2 高出18.0%,同时参数 a 采用Logistic函数来表达的方程的拟合精度高于参数 a 采用Line函数所表达的方程。

3.3 参数化模型检验

在胸径和树高的各个参数化模型中,分别选择拟合精度最高的模型进行检验,并分别与原Richards方程的检验结果进行对比(表8)。

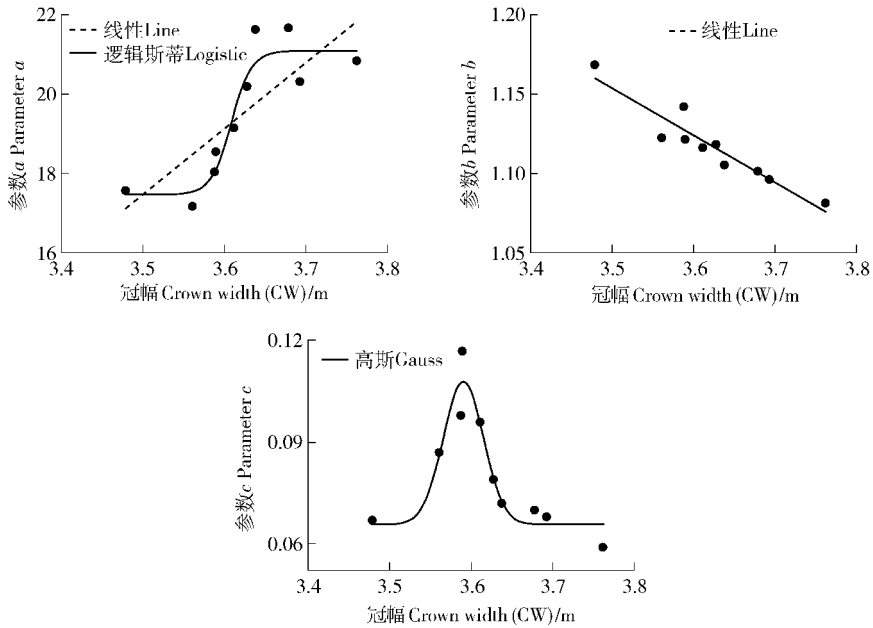


图2 杉木树高理论模型中参数与CW的关系

Fig. 2 Relationships between parameters in tree height theoretical model and CW of Chinese fir

表7 杉木树高参数化模型参数与拟合指标统计

Tab. 7 Statistics of tree height parameterized model parameters and the model test indicators of Chinese fir

模型组合 Model combination	参数 a Parameter a				参数 b Parameter b		参数 c Parameter c				R^2_{adj}	RSS
	a_0	a_1	a_2	a_3	b_0	b_1	c_0	c_1	c_2	c_3		
a-11, b-13, c-15	17.126	0.617			1.281	-0.0345	0.0588	0.0544	1.944	1.843	0.763	1799.894
a-12, b-13, c-15	18.869	22.141	5.812	3.800	1.299	-0.0261	0.0554	0.0618	1.806	2.040	0.786	1689.410

表8 原理论方程与参数化方程模型检验比较

Tab. 8 Comparison of results of theoretical model test and parametric model test

评价指标 Evaluation indicators	胸径模型 Diameter at breast height model				树高模型 Tree height model			
	原理论方程		参数化方程		原理论方程		参数化方程	
	Richard's model	Richard's model	Parametric Richard's model	Parametric Richard's model	Richard's model	Richard's model	Parametric Richard's model	Parametric Richard's model
RMSE	2.824		1.983		2.119		1.858	
MAE	2.348		1.567		1.670		1.405	

由表8可知:参数化方程在杉木胸径和树高的模拟中,其检验精度较原理论方程有了进一步提高。与原理论方程相比,胸径模拟中,参数化模型的RMSE下降了29.8%,MAE下降了33.3%;树高模拟中,参数化模型的RMSE下降了12.3%,MAE下降了15.9%。由此可见,参数化模型提高了预估精度,同时冠幅对胸径的影响大于对树高的影响。

为了进一步验证参数化模型的准确性,将原Richards方程与参数化后的Richards方程进行残差分析,结果见图3和图4。图3a、图4a为原理论模型的标准残差分布,图3b、图4b为参数化模型的标准残差分析。从图3b、图4b可以看出,参数化模型的残差大部分都介于-1至1之间,残差更加

遵从正态分布原则,进而说明采用冠幅进行参数化表达能更加准确地反映树木的生长情况。

4 讨论与结论

理论方程能在一定程度上描述生物的生长规律。传统理论方程用于林木生长模拟时,仅以时间作为自变量来预估林木未来的生长状态,而林木生长受到诸多条件的制约。冠幅不仅能体现出树冠形态,还能反映林龄、林木竞争、更新等林分状态。本文通过分析冠幅和模型参数的关系,明确形态变量对这些参数的贡献。经过模型的构建和检验,在胸径和树高生长预估模型中,Logistic函数最能表达参数a与CW的关系,Gauss函数最能表达参数c与

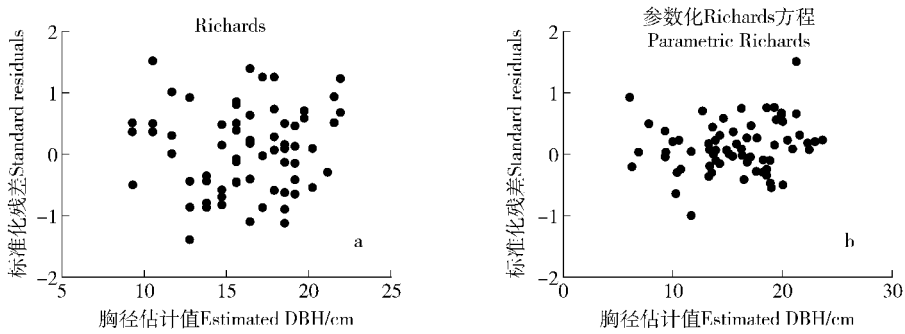


图3 杉木胸径理论模型与参数化模型残差图

Fig. 3 Residual plot of theoretical model and the parametric model of DBH of Chinese fir

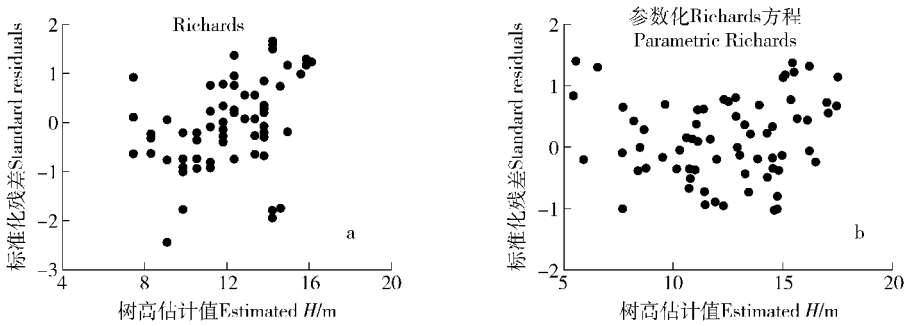


图4 杉木树高理论模型与参数化模型残差图

Fig. 4 Residual plot of theoretical model and the parametric model of tree height of Chinese fir

CW 的关系,而最适合表达参数 b 的是 Dose-Resp 函数和 Line 函数。经整理,参数化后最优的胸径和

树高生长方程分别为:

$$DBH = \left(\frac{-3.961}{1 + (CW/3.642)^{2.140}} + 27.969 \right) \left(1 - e^{-\left(0.0595 + 0.0273 \exp\left(-2\left(\frac{CW/2 - 1.733}{2.160}\right)^2\right)\right)t} \right)^{\frac{0.110}{1 + 10 - (1.829 - CW/2)^{4.784} + 1.354}} \quad (16)$$

$$H = \left(\frac{-3.272}{1 + (CW/5.812)^{3.800}} + 22.141 \right) \left(1 - e^{-\left(0.0554 + 0.0273 \exp\left(-2\left(\frac{CW/2 - 2.040}{1.806}\right)^2\right)\right)t} \right)^{1.299 - 0.0261CW} \quad (17)$$

在模型检验中,无论从拟合检验指标还是残差图的角度分析,参数化后的模型对杉木胸径和树高的生长预估精度均更高。

本研究得出:无论杉木的胸径还是树高,其 Richards 方程的参数与冠幅之间具有相同的变化趋势。在 Richards 理论方程中,参数 a 代表了林木生长的最大值,本研究表明:林木的冠幅生长得越大,相应的林木在胸径和树高上的潜在生长就越大,这符合树木生长的生物学原理。众多学者在林分密度指标树冠竞争因子的研究中,就发现胸径的潜在生长与冠幅呈正比关系^[28-29]。参数 b 与林木的同化作用有关,根据方程推导^[30],得到 $b = 1/(1 - m)$,其中 m 为树木同化作用幂指数;本研究中,参数 b 与冠幅成反比关系,说明冠幅长势越好,树木的同化作用相关的幂指数越小。相关研究表明, Richards 方程对于描述由活细胞构成的树木的生长过程最合适,对于生长较好的林木,心材和边材的分化更加明

显,心材的密度相对较大,而心材主要由死细胞构成,无法进行同化作用^[31]。参数 c 是指林木的生长速率,通过本研究的结果发现,当一个林分的树冠生长处于一个平均水平时,该林分的胸径、树高增长速率最快,而林分中冠幅长势过小或者过大,其胸径和树高的生长速率均有所下降,这是因为整体树冠生长较小的林分,其土壤质量以及地上的生长环境相对来说均不理想,因此林分的胸径、树高生长速率较慢;整体树冠生长较大的林分,研究结果显示林木胸径和树高的生长速率反而下降,这是因为林木生长较好的林分成熟期来得较早^[32],树木之间的竞争加剧或者受到间伐等活动的影响,从而影响了林木的生长速率。但由于林分存在很多不确定性因素,因此准确判断树冠与植物生长的规律还需要进一步的研究和更多的验证。

本文所涉及数据的调查工作开展方便,构建的参数化模型也简单易懂,便于今后推广应用。冠幅

能间接反映林分密度、立地条件、光照、水热等对林木生长的影响,通过冠幅来预测林木生长具有一定的理论和现实意义。然而,由于数据有限,本研究所构建的模型仅限于对福建省顺昌县正常状态下的杉木林分胸径、树高的生长进行预测,而在其他地区或者林分过密、林分受灾等的条件下使用时,则需要进一步检验。同时,在参数化模型拟合中,由于模型参数增多,可能会出现过度拟合现象,如何避免这一问题仍有待于研究。考虑到模型的复杂性,本研究并未将其他形态变量(如冠长、枝下高、树冠表面积等)用于生长模型的构建,而这些变量也和林木生长息息相关,因此考虑更多的形态变量,完善形态生长模型是今后的研究重点。

参 考 文 献

- [1] LEMMON P E, SCHUMACHER F X. Volume and diameter growth of ponderosa pine trees as influenced by site index, density, age, and size[J]. *Forest Science*, 1962, 8(3): 236-249.
- [2] FANG Z, BAILEY R L. Height-diameter models for tropical forests on Hainan Island in southern China[J]. *Forest Ecology and Management*, 1998, 110(1): 315-327.
- [3] ÖZCELİK R, BROOKS J R, DIAMANTOPOULOU M J, et al. Estimating breast height diameter and volume from stump diameter for three economically important species in Turkey [J]. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 2010, 25(1): 32-45.
- [4] 韦雪花, 王佳, 冯仲科. 北京市 13 个常见树种胸径估测研究[J]. *北京林业大学学报*, 2013, 35(5): 56-63.
- WEI X H, WANG J, FENG Z K. Estimating diameter at breast height for thirteen common tree species in Beijing[J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2013, 35(5): 56-63.
- [5] CALAMA R, MONTERO G. Interregional nonlinear height diameter model with random coefficients for stone pine in Spain [J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 2004, 34(1): 150-163.
- [6] GONZALEZ-BENECKE C A, GEZAN S A, MARTIN T A, et al. Individual tree diameter, height, and volume functions for longleaf pine[J]. *Forest Science*, 2014, 60(1): 43-56.
- [7] HAHN J T, LEARY R A. Potential diameter growth functions [R]. Springfield: US Department of Agriculture, Forest Service, 1979: 22-26.
- [8] 孟宪宇, 张弘. 闽北杉木人工林单木模型[J]. *北京林业大学学报*, 1996, 18(2): 1-8.
- MENG X Y, ZHANG H. An individual model for Chinese fir plantations in Fujian province [J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 1996, 18(2): 1-8.
- [9] 刘洋, 亢新刚, 郭艳荣, 等. 长白山主要树种直径生长的多元回归预测模型: 以云杉为例[J]. *东北林业大学学报*, 2012, 40(2): 1-4.
- LIU Y, KANG X G, GUO Y R, et al. Multiple regression prediction model for diameter growth of dominant tree species in Changbai Mountains: a case study of *Picea koraiensis*[J]. *Journal of Northeast Forestry University*, 2012, 40(2): 1-4.
- [10] MURPHY P A, SHELTON M G. An individual-tree basal area growth model for loblolly pine stands [J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 1996, 26(2): 327-331.
- [11] BRICKELL J E. Site index curves for Engelmann spruce in the northern and central Rocky Mountains [M]. Springfield: US Department of Agriculture, Forest Service, Intermountain Forest & Range Experiment Station, 1966.
- [12] SHARMA M, YIN Z S. Height-diameter models using stand characteristics for *Pinus banksiana* and *Picea mariana* [J]. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 2004, 19(5): 442-451.
- [13] 相聪伟. 杉木人工林生长及材种结构规律研究[D]. 北京: 中国林业科学研究院, 2013.
- XIANG C W. Study on regulation of stand growth and timber assortment structure in *Cunninghamia lanceolata* plantation [D]. Beijing: Chinese Academy of Forestry, 2013.
- [14] BI H. Trigonometric variable-form taper equations for Australian eucalypts [J]. *Forest Science*, 2000, 46(3): 397-409.
- [15] NÁVAR J, DE JESÚS RODRÍGUEZ-FLORES F, DOMÍNGUEZ-CALLEROS P A. Taper functions and merchantable timber for temperate forests of northern Mexico [J]. *Annals of Forest Research*, 2013, 56(1): 165-178.
- [16] RUSSELL M B, WEISKITTEL A R. Maximum and largest crown width equations for 15 tree species in Maine [J]. *Northern Journal of Applied Forestry*, 2011, 28(2): 84-91.
- [17] 覃阳平, 张怀清, 陈永富, 等. 基于简单竞争指数的杉木人工林树冠形状模拟[J]. *林业科学研究*, 2014, 27(3): 363-366.
- QIN Y P, ZHANG H Q, CHEN Y F, et al. Canopy shape simulation of Chinese fir plantation based on simple competition index [J]. *Forest Research*, 2014, 27(3): 363-366.
- [18] CRECENTE-CAMPO F, ÁLVAREZ-GONZÁLEZ J G, GASTEDO-DORADO F, et al. Development of crown profile models for *Pinus pinaster* Ait. and *Pinus sylvestris* L. in northwestern Spain [J]. *An International Journal of Forestry Research*, 2013, (86): 481-491.
- [19] 郭艳荣, 吴保国, 郑小贤, 等. 杉木不同龄组树冠形态模拟模型研究[J]. *北京林业大学学报*, 2015, 37(2): 40-47.
- GUO Y R, WU B G, ZHENG X X, et al. Simulation model of crown profile for Chinese fir (*Cunninghamia lanceolata*) in different age groups [J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2015, 37(2): 40-47.
- [20] 吴明钦, 孙玉军, 郭孝玉, 等. 长白落叶松树冠体积和表面积模型[J]. *东北林业大学学报*, 2014, 42(5): 1-5.
- WU M Q, SUN Y J, GUO X Y, et al. Predictive models of crown volume and crown surface area for Korean larch [J]. *Journal of Northeast Forestry University*, 2014, 42(5): 1-5.
- [21] CRECENTE-CAMPO F, MARSHAKLL P, LEMAY V, et al. A crown profile model for *Pinus radiata* D. Don in northwestern Spain [J]. *Forest Ecology and Management*, 2009, 257: 2370-2379.
- [22] 雷相东, 张则路, 陈晓光. 长白落叶松等几个树种冠幅预测模型的研究[J]. *北京林业大学学报*, 2006, 28(6): 75-79.
- LEI X D, ZHANG Z L, CHEN X G. Crown-width prediction

- models for several tree species including *Larix olgensis* in northeastern China [J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 2006, 28(6): 75-79.
- [23] FU L, SUN H, SHARMA R P, et al. Nonlinear mixed-effects crown width models for individual trees of Chinese fir (*Cunninghamia lanceolata*) in south-central China [J]. *Forest Ecology and Management*, 2013, 302: 210-220.
- [24] BIGING G S, DOBBERTIN M. Evaluation of competition indices in individual tree growth models [J]. *Forest Science*, 1995, 41(2): 360-377.
- [25] MAGUIRE D A, KERSHAW J A, HANN D W. Predicting the effects of silvicultural regime on branch size and crown wood core in Douglas-fir [J]. *Forest Science*, 1991, 37(5): 1409-1428.
- [26] DUBRASICH M E, HANN D W, TAPPEINER II J C. Methods for evaluating crown area profiles of forest stands [J]. *Canadian Journal of Forest Research*, 1997, 27(3): 385-392.
- [27] 张建国, 段爱国. 理论生长方程与直径结构模型的研究 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- ZHANG J G, DUAN A G. Study on theoretical growth equations and diameter structure model [M]. Beijing: Science Press, 2004.
- [28] STRUB M R, VASEY R B, BURKNAT H E. Comparison of diameter growth and crown competition factor in loblolly pine plantations [J]. *Forest Science*, 1975, 21(4): 427-431.
- [29] 段劼, 马履一, 贾黎明, 等. 北京地区油松人工林树冠竞争因子的测算与分析 [J]. *东北林业大学学报*, 2012, 40(3): 14-18.
- DUAN J, MA L Y, JIA L M, et al. Analysis and calculation of crown competition factor in *Pinus tabulaeformis* plantations in Beijing [J]. *Journal of Northeast Forestry University*, 2012, 40(3): 14-18.
- [30] 孟宪宇. 测树学 [M]. 3版. 北京: 中国林业出版社, 2006.
- MENG X Y. Forest mensuration [M]. 3rd ed. Beijing: China Forestry Publishing House, 2006.
- [31] 张少昂, 王冬梅. Richards 方程的分析和一种新的树木理论生长方程 [J]. *北京林业大学学报*, 1992, 14(8): 99-105.
- ZHANG S A, WANG D M. New theoretical growth model based on analysis of Richard's equation [J]. *Journal of Beijing Forestry University*, 1992, 14(8): 99-105.
- [32] 周国模, 郭仁鉴, 韦新良, 等. 浙江省杉木人工林生长模型及主伐年龄的确定 [J]. *浙江农林大学学报*, 2001, 18(3): 219-222.
- ZHOU G M, GUO R J, WEI X L, et al. Growth model and cutting age of Chinese fir planted forest in Zhejiang province [J]. *Journal of Zhejiang Forestry College*, 2001, 18(3): 219-222.

(责任编辑 冯秀兰
责任编辑 雷相东)